

Maandblad voor
de didactiek
van de wiskunde

Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

58e jaargang
1982/1983
no. 7
maart

Wolters-Noordhoff

EUCLIDES

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 10 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter: Dr. Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld, tel. 05750-2 34 17. Secretaris: Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag. Penningmeester en ledenadministratie: F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Postrekening nr. 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam. De contributie bedraagt *f* 45,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f* 30,–; contributie zonder Euclides *f* 25,–.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 augustus.

Artikelen en mededelingen worden in tweevoud ingewacht bij Drs F. H. Dolmans, Heiveldweg 6, 6603 KR Wijchen, tel. 08894 - 1 17 30. Zij dienen met de machine geschreven te zijn met een marge van 5 cm en een regelafstand van 1½. De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Boeken ter recensie aan W. Kleijne, Treverilaan 39, 7312 HB Apeldoorn, tel. 055-55 08 34.

Opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan A. Hanegraaf, Heemskerkstraat 9, 6662 AL Elst, tel. 08819-24 02, girorekening 1039886.

Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 42,40. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f* 24,65. Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 58, 9700 MB Groningen, tel. 050-16 21 89. Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers *f* 7,– (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

ISSN 0165-0394

Zes kennisnivo's in het wiskundeonderwijs[1])

S. P. VAN 'T RIET

Inleiding

Het streven van elke wetenschap behoort er uiteindelijk op gericht te zijn theorieën en modellen te ontwikkelen waarmee men de werkelijkheid beter kan verklaren, bevragen en manipuleren dan met de theorieën en modellen die tot heden toe werden opgesteld. Maar niet alleen beter verklaren, bevragen en manipuleren is een belangrijk doel voor een nieuwe theorie of een nieuw model, ook er beter de werkelijkheid mee te kunnen onderwijzen is een belangrijk en wellicht veel onderschat aspekt van theorieën en modellen. Bij mijn pogingen het leren van wiskunde aan mijn studenten te onderwijzen op een overzichtelijke en doeltreffende manier ben ik er toe gekomen een model van wat ik noem kennisnivo's te ontwikkelen, waarmee naar ik hoop de belangrijkste facetten van het leren van wiskunde voldoende uit de verf kunnen komen om een toekomstig leraar enig zicht te geven op de wijze waarop hij zijn wiskundeonderwijs het beste zou kunnen inrichten. Ongetwijfeld had ik het voorgestelde model niet kunnen bedenken zonder andere in de leerpsychologie bestaande modellen en theorieën te hebben bestudeerd. Sommige van de door mij behandelde kennisnivo's zullen de lezer sterk doen denken aan de theorie van Galperin[2]). Ik heb er echter geen behoefte aan in dit artikel overeenkomsten en verschillen met dergelijke modellen te behandelen, daar het mij er om gaat leraren en toekomstige leraren enige handvaten te geven voor de onderwijspraktijk en niet het voorgestelde model uitgebreid wetenschappelijk te bekommentariëren. Daarom zal ik nu met de deur in huis vallen.

Zes kennisnivo's

Wie in de wiskunde een bepaald begrip leert, kan daarover na afloop van dit leren

1) Het in dit artikel uiteengezette model van kennisnivo's werd al eerder door mij gepresenteerd op het NLO-Wiskunde Congres op 1 en 2 april 1982 in Utrecht. Tijdens deze presentatie werd door Jan Treur en Hildelien Verkuyl (D'Witte Leli) een wat ander maar aanverwant model gepresenteerd voor dezelfde verschijnselen.

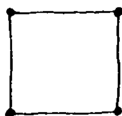
2) Zie b.v. C. F. van Parreren, J. A. M. Carpay, *Sovjetpsychologen aan het woord*, Wolters-Noordhoff, Groningen, 1972, p. 40.

op zes verschillende nivo's kennis of informatie hebben. Als voorbeeld nemen we het begrip 'vierkant'. We komen het tegen in de volgende situaties:

a Een leerling knipt een stuk karton uit met dezelfde vorm als een gangbare trottoirtegel en ontdekt dat hij de tegel ermee kan afdekken in tal van verschillende standen van het stuk karton.

b De leraar zegt: 'Dit stuk karton heeft de vorm van een vierkant. Wat kun je zeggen van de zijkanten en de hoeken?' De leerling antwoordt: 'Die zijkanten zijn allemaal even lang en die hoeken passen precies op elkaar.'

c Een leerling tekent op papier een vierkant, nadat de leraar daarom gevraagd heeft:



d De leraar zegt: 'Je kunt de hoekpunten een naam geven. Meestal gebruiken we daarvoor hoofdletters uit het begin van het alfabet: A, B, C, D. De zijden kunnen we nu AB, BC, CD, AD noemen en de hoeken hoek A, hoek B, hoek C, en hoek D. Dat alle zijden even lang zijn, schrijven we als: $AB = BC = CD = AD$.'

e Een leerling tekent op papier een vierkant. De leraar vraagt: 'Waarom maak je bij de hoeken geen stip?' De leerling antwoordt: 'Omdat een stip een oppervlakte heeft, maar een punt niet.' Verder licht hij toe: 'In de tekening hebben de zijden een dikte, maar bij een echt vierkant is dat natuurlijk niet zo.' De leraar vraagt: 'Waarom teken je het vierkant groen?' De leerling: 'Dat maakt niet uit, een vierkant heeft eigenlijk geen kleur.'

f De leraar vraagt: 'Schrijf eens op wat je van een vierkant weet.' De leerling schrijft op:
'$\forall$ vierkant $ABCD: AB = BC = CD = AD$ en $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$.'

Het materiële kennisnivo

Bij a is de leerling bezig met konkrete materialen en voorwerpen waarmee hij konkrete handelingen verricht. Door een vierkant te maken van karton en ermee te manipuleren komt hij als vanzelf achter een groot aantal eigenschappen van het vierkant, ook als hij het woord vierkant misschien nog niet kent. Men hoeft het ontdekken van deze eigenschappen natuurlijk niet 'als vanzelf' te laten plaats vinden. Men kan de leerlingen bepaalde instrukties geven, opdrachten of vragen waardoor zij gemakkelijker die eigenschappen van het te leren begrip zullen vinden die men als leraar van belang vindt. Het gaat er bij het materiële kennisnivo om dat de leerling de kennis aan den lijfe opdoet. Het materiële nivo is in het wiskundeonderwijs altijd nogal onderbedeeld geweest. Gebruik maken van konkrete voorwerpen, materialen en gereedschap waarmee allerlei handelingen kunnen worden verricht ten einde kennis op te doen, vindt sporadisch plaats. Dat is jammer want abstrakte kennis kan alleen funktioneren als ze geworteld is in de konkrete kennis waaruit zij geabstraheerd is. Vooral voor zwakkere leerlingen zou leren op het materiële nivo wel eens een noodzakelijke fase kunnen zijn om überhaupt wat 'verder' te komen in de wiskunde.

Het verbale kennisnivo
Bij b hebben we te maken met uitspraken die in gewone omgangstaal geformuleerd zijn. Woorden als vierkant, zijkant of zijde, hoek e.d. worden toegepast op konkrete voorwerpen of onderdelen daarvan. Hierdoor wordt het mogelijk over deze voorwerpen en hun delen te kommuniceren. De taal die daarbij wordt gebruikt zullen we rekenen tot het verbale kennisnivo. Woorden, uitdrukkingen en zinnen worden onverkort gebruikt zoals dat het geval is in de gewone omgangstaal. Hoogstens worden nieuwe woorden of uitdrukkingen ingevoerd om het kommuniceren te vergemakkelijken. Het is belangrijk te zien dat de elementen waaruit dit kennisnivo bestaat (woorden, uitdrukkingen, zinnen, teksten) geen betekenis 'van zichzelf' bezitten. De woorden verwijzen altijd naar iets anders, bijvoorbeeld naar dingen of onderdelen van dingen op het materiële nivo. Het is de konventie die bepaalt waarnaar woorden verwijzen, de ongeschreven regels van het spraakgebruik of de gemaakte afspraken daarover. De uitspraak: 'Dit stuk karton heeft de vorm van een Jantje; alle Pietjes zijn even lang en alle Klaasjes zijn even groot' is voor elke Nederlander wartaal, tenzij hij weet wat er precies bedoeld wordt met Jantje, Pietjes en Klaasjes. Er is geen konventie waarop hij kan terugvallen. We zien: uitspraken op het verbale kennisnivo ontlenen hun betekenis aan informaties bijvoorbeeld uit het materiële kennisnivo. Dit betekent tevens dat we twee soorten kennisnivo's moeten onderscheiden: taalnivo's en betekenisnivo's.

Het konkreet-mentale kennisnivo
Bij c wordt de leerling gevraagd een vierkant te tekenen. Deze opdracht kan hij alleen uitvoeren als hij al weet wat een vierkant is. Hij moet dus in zijn geheugen een voorstelling van een vierkant hebben. Die voorstelling zal er niet een van woorden zijn, maar een die de vorm van een gedachtenplaatje heeft. Dat plaatje zal hij zich eerst voor de geest moeten halen en dit zal hij in het algemeen kunnen, zowel met de ogen open als met de ogen gesloten. Zo'n geheugenplaatje of voorstelling noemen we ook wel een *mentaal schema*. We zien bij c dat het mentale schema dat de leerling van een vierkant heeft, nog allerlei heel konkrete aspekten vertoont: de punten zijn stippen die dikker zijn dan de zijden, de dikte van de zijden hoeft nog niet uit de voorstelling verwijderd te zijn, de kleur waarmee het vierkant getekend is maakt het wellicht nog tot een ander vierkant dan het zou zijn met een andere kleur, de idee dat de zijden kaarsrecht zijn zonder ook maar de geringste bochten is ook nog geen wezenlijk onderdeel van de voorstelling. Kennis in een dergelijk stadium bevindt zich op het konkreet-mentale kennisnivo. Het gedachtenplaatje heeft nog vele kenmerken van de materiële tekening.
Om over mentale schema's te kunnen kommuniceren is het vaak handig, zo niet noodzakelijk, ze te tekenen of op een andere manier zichtbaar te maken. We zeggen dan dat het mentale schema *gematerialiseerd* wordt. Dat materialiseren gaat gepaard met het verrichten van allerlei handelingen. De mentale schema's van het konkreet-mentale kennisnivo liggen nog zeer dicht aan tegen deze materialisering en de daarbij behorende handelingen. De voorstelling van het vierkant is nog zeer verbonden met het tekenen ervan, het uitknippen, het uit zijn opening lichten, het draaien en terugleggen ervan, althans... Wat er allemaal tot

het mentale schema van het vierkant behoort, hangt af van de dingen die er op het materiële kennisnivo mee gedaan zijn. Zo zien we dat het ene nivo het andere kan voorbereiden.

Het konkreet-symbolische kennisnivo

In situatie d wordt informatie aangedragen in de vorm van symbolen die zeer gereduceerd van vorm zijn: één letter, twee letters of een kombinatie van symbolen. We zullen hier spreken van het konkreet-symbolische kennisnivo. Konkreet omdat de letters nog duidelijk namen zijn voor konkreet opgevatte voorwerpen of tekeningen. A is een hoekpunt van dit vierkant en in principe niet van een ander vierkant. Ook hier geldt weer dat symbolen en beweringen op dit nivo geen betekenis 'van zichzelf' hebben. Ze verwijzen steeds naar zaken op het materiële of konkreet-mentale kennisnivo. Het konkreet-symbolische kennisnivo is weer een taalnivo, net als het verbale kennisnivo. In feite is het konkreet-symbolische kennisnivo ingebed in het verbale. Een uitspraak als 'voor deze diagonalen AC en BD geldt $AC = BD$' heeft zowel een verbaal als een konkreet-symbolisch aspekt. Men moet tussen verbaal en konkreet-symbolisch kennisnivo dan ook geen scherpe scheiding willen trekken: de taal van beide nivo's vermengt zich gemakkelijk. Wel is er in de wiskunde een tendens tot symbolisering en terugdringing van de gewone omgangstaal. Bij het leren van wiskunde zal dit tot uiting moeten komen door op het verbale kennisnivo te beginnen en vervolgens beetje bij beetje het konkreet-symbolische kennisnivo te introduceren.

Een goed hulpmiddel hierbij is de leerlingen steeds te leren de konkrete symbolen terug te vertalen in gewone omgangstaal. Wat bedoelen we eigenlijk met $=$, $//$, $\angle$, $AB = CD$, enz.? Maar niet alleen de verbinding tussen verbaal en konkreet-symbolisch kennisnivo is didaktisch van belang. Zeer belangrijk is dat de leerlingen de betekenissen van de symbolen kennen op het konkreet-mentale en/of materiële kennisnivo. Zo niet dan praten zij de leraar braaf na, maar begrijpen niet waarover het eigenlijk gaat.

Het abstrakt-mentale kennisnivo

In situatie e komen we nogmaals het begrip vierkant tegen. Het mentale schema dat de leerling hier heeft, heeft ten opzichte van situatie c een paar wezenlijke wijzigingen ondergaan; het heeft zijn konkrete kenmerken verloren. We kunnen ook zeggen: het begrip is abstrakter geworden. Allerlei konkrete details zijn uit het schema verdwenen zoals: de stipvormigheid van de hoekpunten, de dikte van de zijden, de kleur van de tekening, de bochtigheid van de zijden, enz. De materialisering blijft in zekere zin in gebreke om dit te laten uitkomen en een verbale toelichting is nodig om het abstrakte karakter van het schema geheel te laten zien. We spreken nu van het abstrakt-mentale kennisnivo, want het gaat nog steeds om een mentaal schema, een gedachtenplaatje. Er is echter geen scherpe scheiding aan te brengen tusen het konkreet- en abstrakt-mentaal kennisnivo. Abstrakte schema's zijn voortgekomen uit konkrete en de overgang is waarschijnlijk eerder geleidelijk dan sprongsgewijs. Leerlingen kunnen een begrip in verschillende mate van abstraktie kennen. Zo is het mogelijk dat een leerling weet dat de zijden van een vierkant geen dikte hebben, maar zich niet

realiseert dat er geen bochten en bobbels in zitten. Overgang van het konkreet-mentale naar het abstrakt-mentale kennisnivo (abstraheren) is een belangrijk doel voor het wiskundeonderwijs. Maar ook het zoeken van konkrete zaken die aan abstrakte begrippen voldoen (konkretiseren).

Het abstrakt-symbolische kennisnivo
Bij f maken we kennis met het abstrakt-symbolische kennisnivo. De leerling maakt gebruik van symbolen, maar deze symbolen zijn van een wat ander karakter dan die van het konkreet-symbolische kennisnivo. De letters staan hier niet meer voor de hoekpunten van één bepaald vierkant, maar voor de hoekpunten van alle vierkanten: de letters zijn *variabelen* geworden. Op dit nivo wordt ook gewerkt met kwantoren zoals $\forall$ en $\exists$. De blik is niet slechts op één konkreet voorbeeld gericht. Ook hier gaat het weer om een taalnivo dat zijn betekenis ontleent aan de mentale kennisnivo's of eventueel het materiële kennisnivo. Het is de vraag of de leerlingen op dit kennisnivo kunnen funktioneren als hun mentale schema's niet een grote mate van abstraktie bereikt hebben. In de praktijk van het wiskundeonderwijs wordt aan deze vraag te weinig aandacht besteed.

Nog een voorbeeld

De kommutatieve eigenschap van het vermenigvuldigen wordt meestal onderwezen op basis van veronderstelde kennis van en vaardigheid in rekenen. Veel rekenonderwijs en vooral eindonderwijs in het rekenen speelt zich af louter op het konkreet-symbolische kennisnivo: $2 \times 3 = 6$, $3 \times 2 = 6$, enz. Hiervandaan wordt rechtstreeks het abstrakt-symbolische kennisnivo geïntroduceerd met uitdrukkingen als $a \times b = b \times a$. Het geheel speelt zich alleen af op de symbolische taalnivo's. Er zijn echter ook andere mogelijkheden om de leerlingen met de kommutatieve eigenschap vertrouwd te maken . Op de drie betekenisnivo's kan dat bijvoorbeeld als volgt:

a Materieel kennisnivo.
Laat de leerlingen blokjes groeperen in verschillende formaties en formuleren welke vermenigvuldigingen erbij horen.
□□ □□ □□ is drie maal twee, maar
□□□ □□□ is twee maal drie; beide even veel.
De rechthoekige stukken hout

 en 

hebben een even grote oppervlakte, want twaalf bij acht is even veel als acht bij twaalf.

c Konkreet-mentaal kennisnivo.
De laatste voorstelling van de rechthoekige stukken hout kan gemakkelijk dienen om een mentaal schema op te bouwen bestaande uit rechthoeken in verschillende stand, maar met identieke afmetingen. Ook een schema als het

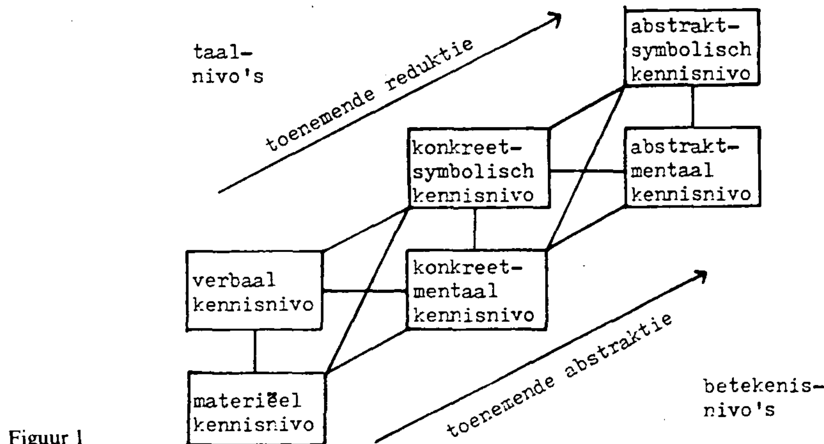
volgende kan het idee van vermenigvuldigen van dezelfde getallen in verschillende volgorde waarbij de uitkomst hetzelfde is tot uitdrukking brengen:



e Abstrakt-mentaal kennisnivo
Op dit nivo tenslotte zal de leerling een overeenkomstig gedachtenplaatje hebben als op het konkreet-mentale nivo, maar zal de beperking tot bepaalde aantallen of getallen niet meer overheersend zijn in de voorstelling: het schema is onbeperkt uitbreidbaar voor positieve getallen.

Nu zullen lang niet alle wiskundige onderwerpen even gemakkelijk op materieel en mentaal kennisnivo behandeld kunnen worden. In bovenstaand geval levert de uitbreiding tot negatieve getallen al aanzienlijke moeilijkheden op, want negatieve aantallen blokjes bestaan niet en negatieve oppervlakten hebben geen materieel ekwivalent. Dat is echter geen reden om daar waar het wel eenvoudig mogelijk is de wiskunde niet op betekenisnivo's te behandelen. Zo vergroot men het inzicht van de leerlingen en schiet de kennis dieper wortel. Zo wordt ook een basis gelegd voor die uitbreidingen van de wiskunde waarbij een beroep op materiële ervaringen en mentale schema's lastiger is geworden. Als men wiskunde alleen op de taalnivo's behandelt, wordt wiskunde voor veel leerlingen een onbegrijpelijk gegoochel met symbolen zonder betekenis.

We zouden het model van de zes kennisnivo's op de volgende wijze schematisch kunnen weergeven (fig. 1).



Figuur 1

De bruikbaarheid van het model

Tenslotte wil ik nog een paar opmerkingen maken over de betekenis en de bruikbaarheid van dit model voor het wiskundeonderwijs.

In het algemeen kan gezegd worden dat de kennis van de hogere nivo's slechts

dan goed kan funktioneren als deze geworteld is in kennis van de lagere nivo's. Wie nooit behoorlijk heeft leren rekenen (konkreet-symbolisch kennisnivo), zal moeite hebben met de algebra (abstrakt-symbolisch kennisnivo). Maar ook dit is geen absolute wet, want via een goede organisatie van de mentale kennisnivo's is heel wat begrip van algebra mogelijk die niet gebaseerd is op vaardigheid in rekenen. Men moet dus voorzichtig zijn met het willen voorschrijven van een 'leerweg' door het model heen, waarbij de leerstof behandeld moet worden in een vaste volgorde van kennisnivo's.
Ook de mate waarin men de verschillende kennisnivo's bij het onderwijzen van een onderwerp aan de orde moet laten komen, is m.i. niet in het algemeen aan te geven. Wel is het aan te bevelen begrippen op zoveel mogelijk kennisnivo's te behandelen. Hierdoor ontstaat voor de leerlingen een netwerk van informaties met vele ingangen en vele verbindingen. Het is in dit verband van belang te herhalen dat de kennis der taalnivo's geen betekenis heeft 'van zichzelf', maar betekenis ontleent aan zijn relatie met de materiële en mentale nivo's.
In het huidige wiskundeonderwijs dat zeer 'talig', zeer symbolisch is, wordt aan de betekenisnivo's vaak te weinig aandacht besteed. Dit betekent dat de (aanstaande) leraar zijn leerboek juist op deze kennisnivo's regelmatig zal moeten aanvullen. Met name het materiële kennisnivo is een nog tamelijk onontgonnen gebied voor velen. Een andere zaak die het model kan verduidelijken is dat de weg van voortgaande abstraktie een lange weg is die in fasen moet worden afgelegd en vaak opnieuw van onderaf moet worden opgestart. Ook is denken en redeneren een aktiviteit waarbij leerinhouden van verschillende nivo's gebruikt worden. Problemen kunnen zich daarbij voordoen *op de kennisnivo's*, maar ook bij de overgang *van nivo naar nivo*. Het aanvangsonderwijs in de wiskunde zal zich vooral op de lagere kennisnivo's moeten bewegen. Het leveren van bewijzen is in het algemeen zo verbonden aan het abstrakt-symbolische kennisnivo, dat men er slechts mondjesmaat mee moet omspringen in de laagste klassen van het voortgezet onderwijs. Ik ben mij ervan bewust dat dit alles nadere uitwerking verdient. Misschien is daarvoor gelegenheid in een later artikel.

Over de auteur:
Peter van 't Riet is hoofddocent wiskunde aan de Christelijke Lerarenopleiding te Zwolle en publiceerde eerder in Euclides over setvorming.

Noten
1) Het in dit artikel uiteengezette model van kennisnivo's werd al eerder door mij gepresenteerd op het NLO-Wiskunde Congres op 1 en 2 april 1982 in Utrecht. Tijdens deze presentatie werd door Jan Treur en Hildelien Verkuyl (D'Witte Leli) een wat ander maar aanverwant model gepresenteerd voor dezelfde verschijnselen.
2) Zie b.v. C. F. van Parreren, J. A. M. Carpay, *Sovjetpsychologen aan het woord*, Wolters-Noordhoff, Groningen, 1972, p. 40.

Het Leerplan voor de Middenschool[1])

HANS FREUDENTHAL

Op 8 februari l.l. kwam de Voorzitter ACLO Wiskunde toevallig op de hoogte van het bestaan van het ELM 'Middenschool in Beeld'. In dit boekwerk vond hij vermeld dat de ACLO's er uiterlijk per 15 februari advies over moesten uitbrengen. Na een aantal incidenten werd hem op 23 februari l.l. door de SLO advies over het ELM gevraagd met toezending van een aantal exemplaren en met excuus voor de vertraging. Andere ACLO's was iets eerder advies gevraagd. Inmiddels was het ELM al lang gepubliceerd (december 1981 - ISBN 90 329 0049 8 – prijs *f* 55, –) en aan een der bewindslieden aangeboden, naar het schijnt zonder enig SLO-intern advies en zonder dat de Bestuursraad SLO erin gekend was.
Bij brief 23 februari l.l. werd tevens aan de ACLO W medegedeeld dat de Bestuursraad SLO het ELM op 25 maart a.s. zou behandelen.
De Voorzitter ACLO W werd gevraagd het ACLO W advies op 24 maart a.s. op het SLO bureau te doen arriveren zodat het in de vergadering van 25 maart aan de leden van de Bestuursraad zou kunnen worden uitgereikt. De ACLO W achtte dit een onwaardige procedure, maar heeft toch getracht tot een doorwrocht rapport (14 getypte bladzijden) te komen, zij het niet binnen de gestelde termijn:[2])
De ACLO Wiskunde
heeft kennis genomen
van de wijze waarop het ELM 'Middenschool in Beeld' is voorbereid, gepubliceerd en aangeboden;
constateert
dat hierbij voorgeschreven of afgesproken procedure-regels ernstig zijn geschonden;
betreurt
dat de pgOLM in het ELM – gezien zijn bronnen – weinig waardering en begrip toont voor het Nederlandse onderwijs en ernstig tekortschiet in relevantie voor het Nederlandse onderwijs;

[1]) Bijgaand advies heeft de ACLO-wiskunde i.o. naar de S.L.O. gestuurd.
[2]) Inmiddels is gebleken dat het vereiste vragen van ACLO adviezen slechts een schijnvertoning is geweest. De 'ACLO adviezen' zijn aan de Bestuursraad van de SLO nooit als zodanig overlegd. Dat van de ACLO Wiskunde is ondanks meermalen herhaalde aandrang nimmer aan de Bestuursraad bekend gemaakt.

is verontrust over de strategie
om in het ELM onder het mom van onderwijs*kundig* lijkende classificaties, terminologie en definities eenzijdig bepaalde onderwijs*politieke* oplossingen aan te dragen;
meent dat tengevolge van deze strategie
de discussie over het ELM onmogelijk wordt gemaakt;
oordeelt dat door deze zelfde strategie
in 't bijzonder het wiskunde-onderwijs bedreigd wordt met het in de kiem smoren van veel belovende ontwikkelingen, zo niet met algehele vernietiging;
mist in het ELM
elke kennis omtrent het Nederlandse onderwijs in de informatica;
constateert in het ELM
een ernstig gebrek aan inzicht in de problematiek van de differentiatie, speciaal met het oog op de mogelijke invloed van de computer op het onderwijs;
overweegt
dat deze gebreken te ernstig zijn om door bijstelling na discussie te worden verholpen;
adviseert de Bestuursraad SLO
het ELM 'Middenschool in Beeld' in te trekken en zijn aanbieding ongedaan te maken;
is geschokt over
de afwijzende en zelfs vijandige houding van de pgOLM in het ELM jegens hetgeen in het wiskunde-onderwijs met deskundigheid en persoonlijke inzet van de werkers in 't veld werd en wordt tot stand gebracht;
oordeelt dat hiermede
de geloofwaardigheid van en het vertrouwen in de pgOLM in het veld buiten proporties op de proef zijn gesteld;
adviseert de Bestuursraad SLO verder
te bewerkstelligen dat de pgOLM elke bemoeienis met de leerplanontwikkeling wiskunde wordt ontzegd en aan de ACLO Wiskunde advies wordt gevraagd omtrent een alternatieve oplossing;
motiveert dit advies als volgt:

1 Beeldvorming

Het ELM zou volgens de bedoelingen van de Minister dienen, om de beeldvorming t.a.v. de middenschool te bevorderen – een ideaal beeld, maar geen utopie – wèl iets dat praktisch realiseerbaar zou zijn. Daarvandaan de titel 'Middenschool in Beeld' ('M.i.B.') gekozen voor deze ELM versie.
In welke mate voldoet 'M.i.B.' aan deze eisen?

1.1 De Taal
'Beeld' in dit verband is beeldspraak. Het beeld is niet pictoraal maar verbaal bedoeld. 'M.i.B.' is goed leesbaar. Dit vergemakkelijkt de kritiek, die vaak in dergelijke rapporten ontweken of onmogelijk gemaakt wordt door duistere, onduidelijke of dubbelzinnige taal.

Bij het 'goed leesbaar' dient echter de vraag gesteld te worden 'voor wie?' Het antwoord kan niet anders luiden dan: Voor ingewijden, voor hen die dagelijks met het onderwijskundig bijltje hakken, voor de leden van het circuit van deskundigheid. Ook voor mensen in 't veld? Wel, vermoedelijk nog voor de contactpersonen van de pgOLM. De school, de leraar in 't algemeen, die de last zal moeten torsen, die een cruciale rol in de toekomstige middenschool moet spelen, wordt niet aangesproken – het lijkt vaak of hij bewust geïgnoreerd wordt –, van de ouders geheel te zwijgen voor wie de toekomstige middenschool tevens de toekomst van hun kinderen zou betekenen.
Er blijkt niets van het besef dat bevordering van beeldvorming bij anderen zelf een stuk onderwijs is en dat hierbij didactische kwaliteiten van communicatie te pas komen. In het nauwe circuit waarin de opstellers verkeren, kunnen deze kwaliteiten gemist worden, omdat men elkanders taal spreekt en verstaat. De afstand van het veld heeft de opstellers belet een taal te ontwikkelen waarin het veld – scholen, leraren, ouders – aanspreekbaar is.

1.2 De procedure van beeldvorming

De pgOLM is niet gevraagd, een utopie te ontwerpen, maar een ideaalbeeld waarbij de realiteit in 't oog wordt gehouden. De realiteit – dat is de school voor 12-15/16 jarigen zoals die er nù is en zich gestaag verder ontwikkelt, dat zijn de leraren die niet van de ene dag op de andere naar Middenschool zullen omschakelen, maar die evenzeer een ontwikkelingsproces moeten ondergaan, de ouders die plannen voor hun kinderen koesteren en die plannen in overeenstemming moeten brengen met het zich ontwikkelende onderwijssysteem.
Van deze realiteit en de in haar waarneembare ontwikkelingstendenties had men moeten vertrekken, in deze realiteit de kiemen signaleren en systematiseren van wat een toekomstige middenschool zou zijn – een inductieve i.p.v. deductieve procedure. Hiervoor zou veldwerk vereist zijn geweest i.p.v. literatuurstudie achter het bureau. Dit had eigenlijk allang door de VSLPC pgBERK moeten zijn verricht en als de pgOLM iets valt te verwijten dan is het dat zij gedwee op het miswijzende kompas van de pgBERK is blijven varen.
In dit verband is het nuttig een blik te werpen op de publicaties van de pgBERK die het ELM 'M.i.B.' kennelijk hebben beïnvloed, speciaal op de pg Katernen 'Van School naar Middenschool'. Jammer genoeg berusten ook deze publicaties duidelijk niet op veldwerk maar op internationale literatuurstudie, met als eigenaardig gevolg: men verneemt niets over landen, waar middenschoolonderwijs – soms al zeer lang – beoefend wordt en dus nauwelijks (meer) ter discussie staat. De voornaamste en vrijwel enige bron is het gepraat over de Gesamtschule in de Bondsrepubliek Duitsland – een horen des overvloeds van welsprekendheid en deductief geredeneer, ongerelateerd aan de praktijk en gespeend van onderwijsinhouden. Wel wordt er in de katernen nog een beetje met Nederland rekening gehouden, niet om over veldwerk te rapporteren, maar om de inspanningen vlak bij huis af te doen met de kleinerende term 'traditionele vernieuwingsscholen' (zoals de pgOLM even minachtend spreekt over 'het vigerend onderwijs').
De pgBERK heeft zich niet afgevraagd – althans blijkt er niets van – of uit de Duitse discussie wel enige lering voor Nederland valt te trekken. De Duitse

Gesamtschule begint na het 4e leerjaar. Doorgaans is men blij als men de leerlingen nog twee jaartjes bijeen kan houden. Op de leeftijd waarop bij ons de Middenschool zou inzetten, is daar door middel van 'setting' de leerlingen-cohort al uitgewaaierd in een mate die bij ons categoriale systeem nauwelijks onderdoet – zelfs 'Moedertaal' blijft dit lot niet bespaard. (Zie b.v. 'M.i.B.' VA 49.)

Men moet toegeven dat de pgBERK voor het verrichten van veldwerk niet toegerust was. Hiervoor is – zeker op 't niveau van de Middenschool – vakkunde en onderwijsvakkunde naast algemene onderwijskunde vereist. Heeft de pgOLM – beter toegerust – ten minste deze schade ingehaald? Misschien wel, maar dan mag er niets van blijken. Althans valt dit op te maken uit de absurde situatie, die we in 'M.i.B.' t.a.v. de wiskunde aantreffen, te weten:

De Bondsrepubliek is een van de weinige landen waar nauwelijks iets aan leerplanontwikkeling wiskunde is gedaan, zeker niet t.a.v. het middenonderwijs. Het is daar nog steeds een heen- en weerzwalken tussen wat ze 'Mengenlehre' noemen en een veredeld koopmansrekenen. In Nederland is en wordt op ontwikkelingsgebied in de wiskunde veel en bijzonder exemplarisch werk verricht, waarvan de pgOLM medewerker wiskunde uiteraard goed op de hoogte is. Jammer genoeg past dit *Nederlandse* werk niet in de schema's die bij de pgBERK analyse van de *Duitse* literatuur over de Gesamtschule zijn ontwikkeld. Dus moeten terwille van de Duitse schema's deze voor de Middenschool belangrijke Nederlandse aanzetten worden doodgezwegen en liefst – zoals nog zal blijken – uitgeroeid.

We komen daar nog op terug – de wiskunde dient op dit ogenblik alleen als voorbeeld. In andere vakken zou het gunstiger kunnen liggen. De principiële fout van de pgOLM is dat men niet uitgaat van wat er leeft en groeit in het – geminachte – 'vigerend onderwijs', maar achter het bureau iets tracht te verzinnen dat er los van staat en er vreemd aan is. Ook de experimenterende middenscholen zijn eens 'vigerend' geweest en onder de heden nog 'vigerende' zijn er die zelfs al een stuk verder zijn of zich verder trachten te ontwikkelen dan de van het stempel Middenschool voorziene. Dit negeren van wat er is en zich ontwikkelt buiten de vernauwde horizon van de pgOLM getuigt van irrealisme. Zo werkt men niet naar een acceptabel en realiseerbaar ideaalbeeld toe.

2 Onderwijsconcepten

De pgBERK heeft haar visie op de Middenschool aanvankelijk in zes onderwijsconcepten gecategoriseerd. Dit zestal is later tot een drietal ingekrompen (deel 4A):

Kognitief leren,
Persoonlijk leren,
Sociaal leren.

Deze drie concepten zijn – de gebruikte terminologie ten spijt – terug te brengen tot hetgeen in elk afzonderlijk geval als de '*belangrijke vakken*' wordt aangemerkt,

Kognitief leren: talen en wiskunde en natuurkunde*),
Persoonlijk leren: ook niet kognitieve vakken (maar geen vermelding van maatschappijvakken of maatschappelijke bekwaamheden),
Sociaal leren: leerinhouden ontleend aan de maatschappelijke en sociale realiteit en aan de situatie van de leerlingen.
Deze drie keuzen van vakinhouden worden pardoes vastgekoppeld aan vaste keuzen t.a.v. clustering, werkvormen, begeleiding, evaluatie, enz., als of het zo moest. Bovengenoemde drie concepten worden door de pgOLM in 'M.i.B.' als van de pgBERK afkomstig op een vreemdsoortige manier weergegeven – zachtjes gezegd: er is een loopje mee genomen. De drie typen zijn nu (VA 33-38):

Cognitieve of faculteitenschool,
Zelfontplooiingsschool,
Maatschappelijke school.

De accenten zijn eveneens verschoven. (Naar 'links', om zo te zeggen.)
De leerinhouden zijn nu respectievelijk ontleend aan

de vakdisciplines,
de maatschappelijke relevantie en de wensen en mogelijkheden van de leerlingen,
een bewust gekozen maatschappijvisie,

en aan deze leerinhouden zijn weer als of het zo moest karakteristieken van inrichting van onderwijs gekoppeld. Merk op dat bij nummer 1 nu *alle* vakdisciplines verschijnen, bij nummer 2 vakmatig alleen de maatschappelijke relevantie meedoet en dat bij nummer 3 het accent van maatschappelijke inhouden naar maatschappelijke geëngageerdheid is verschoven.
Men zou op dit vertoon van volslagen willekeur geamuseerd willen reageren, ware het niet, dat dit gegoochel met termen en categorieën de verdenking oproept, dat hier onder het mom van onderwijs*kundig* lijkende terminologie onderwijs*politieke* keuzes worden verborgen, gemaakt, nagestreefd of uitgevochten.
Weliswaar biedt de pgOLM (VA 39-40) deze drie typen alleen aan 'om een beeld te laten zien van extreme varianten', maar in 't vervolg blijkt de onderwijs*politieke* keuze toch al getroffen te zijn, zij het dan – zoals we zullen zien – ook weer via een onderwijs*kundige* terminologie.
Dit is jammer. Het ELM 'M.i.B.' bevat over 't algemeen voortreffelijke theoriestukken. Waarvoor dan de addertjes in het gras die je de lust benemen je over het goede te verheugen en het te prijzen? Een van die addertjes gaan we nu vangen, maar dat kan niet, zonder uit te wijden over wat (in 't bijzonder) wiskunde-onderwijs is of hoort te zijn.

3 'Thematisch-cursorisch' en het loopje dat er mee wordt genomen

Vanouds wordt de wiskunde cursorisch, los van de realiteit, onderwezen, soms wel met wat toepassingen gedecoreerd, maar meestal niet eens dat. De leerling wordt geacht, de elders geleerde formuleschat in reële situaties waarin hij verzeild

*) bedoeld is vermoedelijk: natuurwetenschappen

raakt en in andere vakgebieden waar wiskunde vereist is, toe te kunen passen, maar in de praktijk valt dit erg tegen.
Wiskunde dient ergens voor. De eerste eis die men aan wiskunde-onderwijs moet stellen, is dat de leerlingen het gevoel krijgen dat de wiskunde ergens voor dient (in de ruimste zin, dus bijvoorbeeld ook om plezier in te hebben). Om dit besef aan te kweken, beijvert men zich tegenwoordig om *wiskunde in een context* te presenteren. Geen wonder dat men juist in de wiskunde van context spreekt, naar context hunkert. In alle andere vakken is de context er vanzelf. Talen zijn er om in te communiceren. In *maatschappij-* en *natuur*wetenschappen zijn maatschappij en natuur zelven dè context, mogelijk nog verruimd naar het vrije veld toe. Wiskunde wordt volgens de traditie cursorisch, kaal, los van de realiteit gepresenteerd, en daar wil je van af. Daarom kies je contexten uit de talrijke gebieden, waar de wiskunde dienst doet om ze zoals men zegt te *mathematiseren*: in 't dagelijks leven, in sport en spel, in 't maatschappelijk gebeuren, maar vooral in wetenschap en techniek. Je hoopt op transfer, niet van leerstof en procedures, maar van attitudes – de attitude van wiskunde te zoeken waar je haar nodig hebt, de attitude van het mathematiseren.
Deze wiskunde in een context wordt in de vorm van *thema's* georganiseerd – thema's zoals ze gewoon zijn in andere kennisgebieden, maar als didactisch verschijnsel in de wiskunde een betrekkelijk nieuwtje. In ons land heeft het IOWO een groot aantal van zulke thema's ontwikkeld vanaf de kleuterschool tot de bovenbouw van het VWO. Anderen zijn op die weg doorgegaan – schoolwerkplanmakers, leerboekschrijvers – tot ver in het buitenland toe, waar Nederlandse wiskundethema's succesrijk worden overgenomen of model staan.
Over wat een 'thema' is, hoeft men niet van Dalen te raadplegen – er bestaat bij alle varianten van formulering vrijwel eensgezindheid over. pgBERK (katern I, blz. 47) definieert *thematisch* als

> betrekking hebbende op een bepaald werkelijkheidsgeheel of gedeelte daaruit of op een bepaald vaardigheidsgebied,

een misschien wat te statische definitie, maar wel in lijn met het gebruikelijke. De pgOLM daarentegen zegt (VA 28)

> Het begrip 'thema' omschrijven we voortaan: een maatschappelijk verschijnsel of probleem ... Wanneer onderwijsleerprocessen rond dergelijke thema's geconcentreerd zijn, spreken we van 'thematisch onderwijs...'

De pgOLM beroept zich cryptisch (VA 27) op 'sommigen', die deze definitie geven, en 'anderen' die er een andere op na houden.
Ons is geen plaats bekend waar 'thema' en 'thematisch' alleen in de *beperkte zin van maatschappelijke betrokkenheid wordt uitgelegd.* Met betrekking tot haar eigen activiteit gebruikt de pgOLM het woord 'thema' in de *gangbare algemene zin* (zie Discussienota 1980). In het OLM Bulletin bladerend hebben we thema eveneens in de *gangbare algemene zin* aangetroffen. Het is duidelijk dat ineens *opzettelijk* van de gangbare en tot nu door pgBERK en pgOLM gebezigde definitie is *overgeschakeld* naar een *ongewone en zeer beperkte.* De opzet is in verband met het op het eind van 2 uiteengezette nogal doorzichtig.
Uiteraard doet het niet terzake hoe je het beestje noemt. Op de terminologie komt het niet aan, maar terminologie moet ook niet worden misbruikt om inhoudelijke keuzes te bemantelen. Inhoudelijke keuzes moeten inhoudelijk

gerechtvaardigd (of veroordeeld) en niet achter een terminologie verstopt worden. De pgOLM heeft in VA een inhoudelijke keuze gemaakt door middel van een eenzijdige nauw beperkte definitie van 'thematisch' en door al hetgeen er niet mee strookt, in één pot te gooien. Aanvankelijk werd 'thematisch' nog voorzichtig tegenover 'niet-thematisch' geplaatst, maar gaandeweg – trouwens ook merkbaar in de titel op VA 27 – en stilzwijgend werd *niet-thematisch met cursorisch vereenzelvigd* – een nieuwe zet waarvan de opzet eveneens doorzichtig is. Hier komt bij dat door tal van voorbeelden een verscherping van 'maatschappelijk relevant' tot *'maatschappelijk geëngageerd'* wordt gesuggereerd.
Al met al zoals we op 't eind van 2 signaleerden: onder het mom van onderwijs*kundig* lijkende terminologie onderwijs*politieke* keuzes te verbergen, te treffen, te beïnvloeden, te bevechten.
Met de definitie van 'thematisch' heeft de pgOLM haar eigen fundamentele keuze getroffen, zij het dan tussen neus en lippen door. Die had in 'Discussiestellingen en -vragen' aan de orde moeten woren gesteld, bijvoorbeeld:

> 'Bent u het ermee eens dat al hetgeen niet direct maatschappelijk relevant (geëngageerd) is, alleen cursorisch mag worden onderwezen?'

Maar de vragenrubriek van 'M.i.B.' blijft beperkt tot vragen naar de bekende weg of vragen waarop het antwoord alleen kan luiden 'het kan vriezen of het kan dooien'. Dit is niet emancipatorisch maar manipulatorisch.

4 Wiskunde-onderwijs bedreigd

De enige vakmedewerker van de pgOLM die zijn overigens voortreffelijke uiteenzettingen ten spijt hier ten volle is ingetrapt, is die voor de wiskunde. Hij heeft de definitie van 'thematisch' – nogal aangedikt – moeten slikken, terwijl anderen zich vrijheden mochten permitteren die door de vingers werden gezien, of er zich in 't geheel niets van hebben aangetrokken. TN 11 (Moedertaal) zit wat ruimer in de thema's, maar staat er geen toe uit de levende en dode natuur. ON (Natuuronderwijs) bewijst op blz. 12 lippendienst aan de 'thema's', maar permitteert zich later (blz. 13) alle vrijheden en analoog is het met AT (algemeen technieken) gesteld. VT (vreemde talen) negeert het 'thematisch' geheel en vreemd genoeg – OM (mens en maatschappij) mag zich permitteren alle soorten thema's voor te stellen.
De medewerker wiskunde van de pgOLM moest er echter in geloven. In WK 1.3-4 plaatst hij tegenover elkaar

Contextgebonden en 'thematisch' onderwijs:

Context uit:

het dagelijks leven,
situaties uit andere leergebieden,
andere elementen uit iemands begrippenwereld,
de fantasie,

aan de ene kant en aan de andere,

het geven van inzicht in de maatschappelijke verbanden en processen...,
het ontwikkelen van een maatschappelijke betrokkenheid.

Aanvankelijk (blz. 6) wordt contextgebonden onderwijs belangrijk genoemd. Op

blz. 7 wordt pertinent voor de tweede groep gekozen en op blz. 8 leidt – volgens hem – de eerste groep 'op z'n gunstigst tot contextgebonden onderwijs waarbij ... de relevantie van het wiskunde-onderwijs voor de leerling verloren dreigt te gaan' – een door niets gestaafde en met alle ervaringen strijdige bewering.
Wat niet 'thematisch' volgens de beperkte definitie kan, mag in 't vervolg alleen nog cursorisch, dus wordt het contextgebonden onderwijs, op blz. 6 nog belangrijk genoemd, verboden, want het is niet cursorisch.
Men raakt van kwaad tot erger, als men naar de Eindtermen kijkt (EM). Werd in WK 4 het leren *mathematiseren* nog ten volle aanvaard als het omzetten van context-realiteit in wiskunde, in EM is

> mathematiseren ... een proces waarbij een onderzoekende, actieve houding van de leerling is vereist om een probleemveld – vervat in een thema – te analyseren en te structureren met wiskundige middelen. Het mathematiseren is een middel om greep te krijgen op maatschappelijke verschijnselen en situaties. In de middenschool zullen maatschappelijke verschijnselen en problemen uitgangspunt dienen te zijn voor de planning (en organiatie van het onderwijs)...

Niet alleen uitgangspunt, maar enig doel zoals uit de tweedimensionale doelen blijkt, waaronder als typerend voorbeeld:

> In staat is kadasterkaarten te interpreteren in verband met de aanleg van een snelweg in zijn woongebied.

WK is niet eens meer tevreden met wat hij zonet noemde

> het geven van inzicht in de maatschappelijke verbanden,

het moet beslist wezen

> het ontwikkelen van een maatschappelijke betrokkenheid.

Geen andere medewerker bakt het in de eindtermen zo bruin. Immers, in talen moet je over alles en nog wat kunnen communiceren, natuurkunde en techniek moet je echt leren om iets mee te doen, maar wiskunde – dat moet maar blijven doorgaan volgens $(a + b)^2$ tenzij je er een kadasterkaart (wat is dat?) mee kunt interpreteren.
Van de drie legitimeringsbronnen (van de middenschool) volgens KM 18
- de ontplooiing van zoveel mogelijk kwaliteiten bij elke leerling;
- de voorbereiding op een emancipatoir maatschappelijk functioneren;
- de overdracht van en invoering in 'het cultureel erfgoed', zoals dat in afzonderlijke vakwetenschappen is ontwikkeld en neergeslagen (kennis, begrippen, theorieën) en die de belangrijkste onderbouwing en doelbepalingsbron vormen voor het vakkenonderwijs in het onderwijs

worden de eerste en derde dichtgestopt en mag alleen de tweede nog dunnetjes druppelen – dunnetjes, want de medewerker pgOLM wiskunde heeft zich niet gerealiseerd dat zonder de voeding door de eerste en de derde ook de tweede gewoon droog valt. Immers ook als men akkoord gaat met de noodzaak van maatschappelijke relevantie (of zelfs geëngageerdheid) van het onderwijs, mag men het verschil tussen wiskunde en andere vakken niet uit het oog verliezen. Als formeel hulpmiddel is wiskunde niet zozeer *direct* maatschappelijk relevant, maar via-via. Via andere gebieden waar zij toegepast wordt. Dat toepassen moet geleerd worden. Niet cursorisch, maar thematisch (in de onbevooroordeelde zin). Maar de wiskunde medewerker pgOLM wordt verplicht het kind met het

badwater weg te gooien.
In de tegenwoordige en toekomstige leefwereld van de leerling zullen ook verschijnselen van alledag, natuur, techniek, spel, sport en kunst worden gemathematiseerd. Misschien kan men alle voor 16jarigen relevante wiskunde in maatschappelijke relevante contexten verpakken, maar dat betekent de leerlingen in de rest van hun leefwereld te blinddoeken. De toekomstige leefwereld van de leerling is geen actiegroep (waar je het best zonder wiskunde kunt doen en waar desnoods wiskunde evenzeer misbruikt wordt als door de 'reactie') maar gezin, werkplaats, kantoor, ruimte, natuur, sportveld enz. Door naar deze wereld met een gekleurde bril te kijken, verander je hem niet.
De beperking van de context tot wat in de VA terminologie thema heet, betekent de *reductie van de leefwereld* tot één (belangrijk) facet en zoals iedere reductie een *verpaupering*. Om het kras te zeggen: Mag de elektriciteitsrekening wel een thema zijn, maar 'licht en schaduw'[1]) niet, de vliegtarieven wel, maar 'Vlieg er eens in'* niet, de inflatiecijfers wel, maar exponentiële groei* in fysica en biologie niet, het openbaar vervoer wel, maar 'De reis om de wereld in 80 dagen'* niet, 'Verpakkingen'* wel als het milieu erbij te pas komt, maar niet in de zin van meetkundige figuren, en mag 'Regelmatige lichamen'* helemaal niet, omdat de leerlingen het maken ervan als plezierig zouden kunnen beleven?
Dit bedoelen we met verpaupering. Maar de *reductie van de leefwereld* heeft nog een ernstiger aspect. De leerling wordt van zijn vrijheid beroofd. Het is de leerplanontwikkelaar die dicteert wat mag. Deze zogenaamde middenschool wordt zo nog autoritairder dan de oude school met de voorgeschotelde sommen. De leerling heeft recht op de hele wereld. Hij heeft het recht op zijn eigen accenten – geen leerplanontwikkelaar die hem dat kan weigeren. Trouwens, leraren, ouders en publiek zullen deze keuzes *niet legitimeren*. Je bewijst de middenschoolgedachte een averechtse dienst als je de indruk wekt dat je niet emancipatie bedoelt, maar indoctrinatie.
Wiskunde in en context uit de leefwereld van de leerling – dit is een veelbelovende ontwikkeling. Waarom moet die de kop worden ingedrukt en dan nog met slinkse middelen zoals een definitie van wat thematisch mag heten? Omdat de Duitse Gesamtschule er niet bij kan? Of uit afgunst? Of omdat de frisse wind die uit de wiskunde komt waaien, heel wat op de tocht zou zetten? Laten ze de kaarten open op tafel leggen en vertellen wat erachter zit i.p.v. zich achter terminologieën te verschuilen.
Hoe je positief op te stellen jegens al het positieve in modern wiskunde-onderwijs kan blijken uit de wijze hoe je eindtermen invult.

5 Eindtermen

Het is toe te juichen dat de pgOLM zich op het systeem van één-, twee-, en driedimensionale doelstellingen van A. Treffers heeft willen oriënteren. Het is alleen jammer dat niet blijkt of ze het systeem zo begrepen hebben als het bedoeld is. Aan de hand van de wiskunde kun je dit tekort aan begrip goed toelichten.

* We noemen hier uitgewerkte thema's uit wiskunde-onderwijs zoals het thans veld wint.

De goede gang van zaken is niet van de ééndimensionale via de tweedimensionale naar de driedimensionale doelstellingen – dus deductief – maar omgekeerd: inductief. Begin met een weelde van min of meer uitgewerkte thematische onderwijspakketten. In de wiskunde zijn ze er voor het oprapen, als je tenminste thema in de gangbare zin opvat. Die pakketten (of verwijzingen ernaar) horen in de derde kolom. Analyseer dit materiaal om er de tweedimensionale doelstellingen uit te destilleren en elimineer daar de vakinhouden uit, om de eendimensionale over te houden. Dit is de manier om Treffers' opzet recht te laten wedervaren en eindtermen te verkrijgen.
Je kunt er al vast heel wat voor de wiskunde opsommen:
Leren mathematiseren van verschijnselen enz. in dagelijks leven, ruimte, natuur, techniek, spel, sport, kunst enz. – en voor elk een treffend voorbeeld. Ook – met nadruk – de maatschappelijke verschijnselen, maar puntiger geïllustreerd dan in EM geschied.
Attitudedoelen zoals taalontwikkeling, blikwisseling, begrip voor de graad van precisie die aan een probleem adekwaat is, de mathematische context van een probleem begrijpen waar er een is, leren waar wiskunde toepasselijk is en waar niet – allemaal met voorbeelden geïllustreerd. Het is dubieus of wat je in de wiskunde logica noemt, kan bijdragen tot wat in EM wiskunde in de 2e-3e kolom is opgenoemd. Je vindt dat veeleer onder de attitude-doelen waarvan boven sprake was.
Het lijkt wel strooien met doelstellingen, maar dat kan in de wiskunde als je maar aan de goede kant begint.

6 Informatica onderwijs op de Middenschool

Op geen wijze blijkt uit WK dat er een schat van ervaringen ligt in een al 14 jaar lopend project op nu honderden scholen van AVO (onderbouw). Hieruit zou te leren zijn:

- hoewel wiskunde leraren aanleg en enthousiasme hebben voor het onderwijs op dit gebied, dat de schijn van alleenrecht van wiskunde, of zelfs maar de exacte vakken, op informatica moet worden vermeden;
- dat naast algoritmiseren, ook organisatorische en operationele vaardigheid minstens even belangrijk algemeen vormende waarden zijn van informatica;
- dat de ontwikkelingen in computertechniek, in informatica en in de bijbehorende vakdidactiek zo onstuimig zijn dat men zich niet moet vastleggen op bepaalde technieken. Zo zijn in de praktijk blokschema's in onbruik aan het raken. Reden ook waarom technische aspecten van systemen en de bediening buiten het onderwijs moeten blijven.

Het noemen van CMI en CAL in WK-9 is misplaatst. Uit amerikaanse onderzoekingen blijkt dat deze toepassingen eerder een nadelig effect hebben op de kijk van leerlingen op de informatiemaatschappij.

7 Differentiatie

Terecht wordt gesteld (VA 47)

> In de discussie over middenschoolonderwijs speelt de differentiatieproblematiek een centrale rol.

Het regeerakkoord 1981 onderscheidt zich van de Contourennota-vervolgnota 1977 voornamelijk doordat aan

> de voortzetting van het streven van de basisschool om alle leerlingen gelijkwaardige mogelijkheden te bieden hun talenten te ontplooien

is toegevoegd de beperking

> door middel van een gedifferentieerd onderwijs.

Differentiatie wordt pas een zinvol begrip als je vaststelt hoe ver je met de integratie (van de leerlingen populatie) wilt gaan. Gedifferentieerd onderwijs wordt ook nu al aangeboden. De pgOLM heeft duidelijk gekozen voor *interne differentiatie*. Wat dit is wordt (VA 48) uitgelegd:

> Het gezamenlijke optrekken binnen de heterogene groep op basis van een gemeenschappelijk leeraanbod duiden we aan met *interne differentiatie*.

De pgOLM heeft vermoedelijk willen zeggen:

> Om in de heterogene groep ...
> gezamenlijk te kunnen optrekken,
> is *interne differentiatie* vereist.

Dit is een trivialiteit, maar geen definitie van interne differentiatie. Voor een definitie van interne differentiatie kan men zijn licht elders opsteken:

> differentiatie binnen de leergroep.

Daarbij heeft de pgOLM voor de heterogene leergroep gekozen, een rekbaar begrip, want er is geen homogeniseringsproces zo volmaakt dat hij alle heterogeniteit wegwerkt.
Het valt te betreuren dat behalve door de medewerker wiskunde nergens in 'M.i.B.' getracht wordt, de heterogeniteit als een positieve factor in het leerproces te onderkennen.
Nog ernstiger is het dat het wezenlijke probleem t.a.v. differentiatie niet wordt aangewezen. Ik bedoel de gemakkelijk voorspelbare ontwikkeling, in vier fasen:

1 De school heeft het in de hand de mate van heterogeniteit van de afzonderlijke *feitelijke* leergroepen te bepalen – het zou van weinig realiteitszin getuigen te menen dat wettelijke of bestuursmatige maatregelen hier iets aan kunnen doen.
2 Naarmate een school meer homogeniseert, zal zij meer in trek zijn bij ouders die gemotiveerd zijn, hun kinderen de maatschappelijk meest belovende opvoeding te geven.
3 Dit werkt qua leerlingenpopulaties ten ongunste van minder homogeniserende scholen.
4 De goed bedoelde 'interne differentiatie' resulteert dus in een schoolexterne differentiatie waarmee we wellicht nog verder van huis zijn dan nu: een middenschoolsysteem dat meer 'categoriaal' is dan het tegenwoordige.

Dat de pgOLM hiervoor geen oplossing weet is haar niet kwalijk te nemen. Wel is het teleurstellend dat het probleem niet aan de orde is gesteld. Nog ernstiger is het dat nergens aandacht wordt geschonken aan de rol die de computer als middel

tot steun bij het verstrekken van onderwijs kan spelen – een rol die, indien niet gesignaleerd en begrepen, veeleer van de bedoelde middenschool weg dan ernaar toe kan leiden. Onderwijs door middel of met steun van de computer kan, als er niet op tijd serieus over wordt nagedacht, ertoe leiden dat de kloof tussen arm en rijk (in de sociale zowel als cognitieve zin) eerder verbreed dan versmald wordt. 'Interne differentiatie' is dan een doodgeboren denkbeeld.

8 Conclusie

Ondanks voortreffelijke onderdelen is het ELM 'M.i.B.' door en door en ongeneeslijk verziekt tengevolge van het gebrek aan oriëntatie op het *Nederlands* onderwijs en de taktiek om door middel van onderwijs*kundig* lijkende classificaties, terminologie en definities onderwijs*politieke* oplossingen te suggereren.
Een onderwijskundig lijkende definitie dient er verder toe om goed en veelbelovend wiskunde-onderwijs in de kiem te smoren.
De invulling van de eindtermen is averechts begrepen.
Het probleem van de interne differentiatie – speciaal ook in verband met computer gesteund onderwijs – is niet begrepen.
Het ELM geeft geen blijk van kennis van de Nederlandse ontwikkelingen in het informatica-onderwijs.
Dit ELM is ook door bijstelling niet te redden. Het dient in zijn totaliteit verworpen te worden.
Wat de wiskunde betreft heeft de pgOLM het vertrouwen van het veld en het recht verspeeld om zich nog verder met de lplo wiskunde middenschool te bemoeien. Dit hoort haar te worden ontzegd. De ACLO W acht zich in staat een groep te formeren die – zonder beroep op extra mankracht – hier inspringt.

Gebruikte afkortingen:
ACLO : Adviescommissie leerplanontwikkeling
SLO : Stichting voor de leerplanontwikkeling
ELM : Experimenteel leerplan middenschool
pgOLM : projektgroep Ondersteuning leerplanontwikkeling middenschool
pgBERK: projektgroep Begeleiding, experimenteer-, resonans- en kontaktscholen.
VSLPC : Vereniging samenwerkende landelijke pedagogische centra.

De XXIIIe Internationale Wiskunde Olympiade

J. VAN DE CRAATS

Bij de Internationale Wiskunde Olympiade voor scholieren in Boedapest, juli 1982 hebben Daan Krammer en Tonny Hurkens zilver en brons gewonnen. Er namen dertig landen aan de Olympiade deel en elk land had vier leerlingen van het VWO uitgezonden. In twee zittingen van $4\frac{1}{2}$ uur moesten zij proberen zes vraagstukken op te lossen. Hun werk werd daarna door een internationale jury beoordeeld en van punten voorzien. De beste 10 kregen een gouden medaille, de volgende 20 zilver, en de 30 daarna brons. De overige 60 vielen buiten de prijzen. Daan Krammer, die zilver veroverde, loste vijf van de zes vraagstukken op, Tonny Hurkens liet wat meer steken vallen, en kreeg brons. De andere twee, Peter de Bruin en Richard Meijer, kwamen net een paar punten te kort voor een prijs.
De West-Duitsers leverden de beste prestaties met twee maal goud en twee maal zilver, op de voet gevolgd door Rusland, de Verenigde Staten, de DDR, Vietnam en het organiserende land Hongarije. In de landenranglijst kwam Nederland op de veertiende plaats.
De Internationale Wiskunde Olympiade is dit jaar voor de drieëntwintigste maal gehouden en het aantal deelnemende landen, dertig, is nog nooit zo groot geweest. De belangstelling blijft groeien. Aanvankelijk was het uitsluitend een oostblok-aangelegenheid, en nog steeds nemen die landen een prominente plaats in. Competities om jong talent op te sporen en te stimuleren worden van staatswege georganiseerd en met veel prestige omgeven. Maar de laatste jaren zijn er ook steeds meer andere landen bij gekomen. Alle continenten behalve Antarctica zijn vertegenwoordigd. Europa, Noord- en Zuid-Amerika, Australië en zelfs Afrika (Algerije en Tunesië) en Azië (Israël, Koeweit, Mongolië en Vietnam). Volgend jaar zal Frankrijk de Olympiade organiseren, en de Fransen hopen dan weer een nieuw record-aantal deelnemende landen te kunnen verwelkomen.
De Nederlandse deelnemers zijn geselecteerd via de Nederlandse Wiskunde Olympiade, en getraind met lesbrieven van het Mathematisch Instituut van de Leidse universiteit. Drie van de vier scholieren hebben juist hun eindexamen achter de rug, de vierde, Daan Krammer, moet nog een jaar naar school
De zes opgaven van de Olympiade werden kort voor het begin gekozen door de jury uit de voorstellen die de verschillende landen hadden ingestuurd. De opgaven 2 en 5 kwamen uit Nederland, 1 en 4 uit Groot Brittannië, 3 uit de Sovjet

Unie en 6 uit Vietnam. De deelnemers vonden opgave 5 het gemakkelijkst, en 2 en 6 het moeilijkst.
Voor Nederland hadden zitting in de jury dr. J. van de Craats van de Rijksuniversiteit Leiden, en drs. J. M. Notenboom van de Stichting Opleiding Leraren te Utrecht.

Overzicht totaalscores per deelnemer:

Land:	*Deelnemernr.:* 1	2	3	4	*Totaalscore per land:*
Algerije	11	10	2		23
Australië	20	23	10	13	66
Oostenrijk	11	11	38	22	82
België	7	2	22	19	50
Brazilië	24	10	19	13	66
Bulgarije	26	29	26	27	108
Tsjechoslowakije	29	21	31	34	115
Verenigde Staten	40	35	29	32	136
Finland	16	35	28	34	113
Frankrijk	38	17	14	20	89
Griekenland	14	19	9	13	55
Nederland	17	22	34	19	92
Israël	22	18	17	18	75
Joegoslavië	30	20	18	30	98
Canada	14	12	23	29	78
Columbia	3	9	18	4	34
Cuba	17	7	17	3	44
Koeweit	2	1	1	0	4
Polen	30	23	16	27	96
Hongarije	21	36	33	35	125
Mongolië	21	12	13	10	56
Groot Brittannië	23	23	28	29	103
DDR	37	40	27	32	136
West-Duitsland	42	35	31	37	145
Roemenië	26	14	26	33	99
Zweden	23	15	11	25	74
Sovjet Unie	37	42	30	28	137
Tunesië	7	8	1	3	19
Venezuela	11	10	1	1	23
Vietnam	42	30	32	29	133

Prijzen: 37-42 punten: eerste prijs,
30-36 punten: tweede prijs,
21-29 punten: derde prijs.

Overzicht van de resultaten van de Nederlandse ploeg:

opgave nr.:	1	2	3	4	5	6	totaal	
Peter de Bruin	7	0	2	0	7	1	17	
Tonny Hurkens	3	0	7	3	7	2	22	(derde prijs)
Daan Krammer	6	0	7	7	7	7	34	(tweede prijs)
Richard Meijer	1	0	0	7	7	4	19	
Totaal:	17	0	16	17	28	14	92	

(maximale score per opgave: 7 punten)

Opgaven

Eerste dag (beschikbare tijd: $4\frac{1}{2}$ uur)

1 Zij f een afbeelding van de verzameling van alle gehele getallen groter dan nul in de verzameling van alle gehele getallen groter dan of gelijk aan nul, die de volgende eigenschappen heeft:

a) Voor elk paar (m, n) neemt $f(m+n) - f(m) - f(n)$ een van de waarden 0 of 1 aan.

b) $f(2) = 0, f(3) > 0$ en $f(9999) = 3333$.

Bepaal $f(1982)$.

2 Gegeven is een niet-gelijkbenige driehoek $A_1A_2A_3$ met zijden a_1, a_2 en a_3 (a_i is de zijde tegenover A_i). Voor alle $i = 1, 2, 3$ is M_i het midden van zijde a_i, T_i het punt waar zijde a_i de ingeschreven cirkel raakt, en S_i het spiegelbeeld van T_i in de binnenbissectrice van hoek A_i.

Bewijs dat de lijnen M_1S_1, M_2S_2 en M_3S_3 door één punt gaan.

3 Men beschouwt rijen reële getallen $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ met de volgende eigenschappen: $x_0 = 1$, en voor alle $i \geq 0$ geldt dat $0 < x_{i+1} \leq x_i$.

a) Toon aan dat er voor elk van die rijen een n bestaat zo, dat

$$\frac{x_0^2}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2} + \ldots\ldots + \frac{x_{n-1}^2}{x_n} \geqslant 3{,}999.$$

b) Bepaal zulk een rij waarvoor bovendien geldt dat voor alle n

$$\frac{x_0^2}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2} + \ldots\ldots + \frac{x_{n-1}^2}{x_n} < 4.$$

Tweede dag (beschikbare tijd: $4\frac{1}{2}$ uur)

4 Stel n is een geheel getal groter dan nul. Bewijs: als de vergelijking

$$x^3 - 3xy^2 + y^3 = n$$

een gehele oplossing (x, y) heeft (dat wil zeggen een oplossing waarbij x en y gehele getallen zijn), dan heeft de vergelijking ten minste drie gehele oplossingen. Bewijs ook dat de vergelijking geen gehele oplossingen heeft als $n = 2891$.

5 Op de diagonalen AC en CE van een regelmatige zeshoek $ABCDEF$ liggen punten M en N (M tussen A en C, N tussen C en E) zo, dat $\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE} = \lambda$.
Bepaal λ als gegeven is dat B, M en N op één lijn liggen.
6 Stel S is een vierkant met zijden van lengte 100. L is een weg in S, bestaande uit lijnstukken A_0A_1, $A_1A_2, \ldots, A_{n-1}A_n$, $A_0 \neq A_n$, die zichzelf niet doorsnijdt of raakt. Bij elk punt P van de rand van S is er een punt op L dat tot P een afstand heeft die niet groter is dan 1/2.
Bewijs dat er twee punten X en Y op L bestaan met een afstand die niet groter is dan 1 zo, dat de lengte van L tussen X en Y niet kleiner is dan 198.

Korrel

Opgave 4c wiskunde I 1982 eerste periode

In opgave 4c van het eindexamen VWO wiskunde I, eerste tijdvak 1982, werd gevraagd te bewijzen dat de kromme $K = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^4 - 4x^2 + 4y^2 = 0\}$ en de kromme $L = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \exists_{t \in [0,2\pi]} : x = 2\sin t \wedge y = \sin 2t\}$ gelijk zijn. (Het is de Lemniscaat van Gerono.)
Dikwijls bewijst men de gelijkheid van twee puntverzamelingen K en L door te bewijzen dat $L \subset K$ en tevens $K \subset L$.
Het bewijs dat $L \subset K$ is gemakkelijk te leveren door in de vergelijking van K $x = 2\sin t$ en $y = \sin 2t$ te substitueren.
Het bewijs dat $K \subset L$ geeft meer problemen. In de vergelijking van K is $x^4 - 4x^2 \leqq 0$ en dus $|x| \leqq 2$. Daarom kan men voor x kiezen $2\sin t$. Er komt dan $16\sin^4 t - 16\sin^2 t = -4y^2$, wat na enige herleiding wordt:
$y = \sin 2t \vee y = -\sin 2t$. Omdat $t \in [0, 2\pi]$ levert $y = -\sin 2t$ geen nieuwe punten op nadat men $y = \sin 2t$ genomen heeft, men doorloopt de lemniscaat slechts in tegengestelde zin.
Men kan bovenstaande moeilijkheid omzeilen met het volgende bewijs:

$$L = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \exists_{t \in [0,2\pi]} : x = 2\sin t \wedge y = \sin 2t\} =$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \exists_{t \in [0,2\pi]} : (\sin t = \frac{x}{2} \wedge \cos t = \frac{y}{x}) \vee (x = 0 \wedge y = 0)\} =$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{x^2} = 1 \vee (x = 0 \wedge y = 0)\} =$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^4 - 4x^2 + 4y^2 = 0\} = K$$

H. N. Schuring

Verwondering als noodzakelijke voorwaarde voor leren?

HARRIE BROEKMAN

Verwondering, verbazing, de wil om iets te weten, te doorgronden is een noodzakelijke voorwaarde voor het opdoen van echte kennis.
In dit artikel wil ik een aantal voorbeelden geven van het optreden van 'verwondering' en/of 'verwarring'. Vervolgens zal ik daar kort commentaar op geven. Tot slot volgen enkele mogelijkheden om verwondering/verbazing bij tenminste een aantal van onze leerlingen op te roepen.
Mijn uitgangspunt daarbij is steeds dat het de schijnbaar kleine dingen zijn die het hem doen.

Een tiental voorbeelden:

1 Mijn bijna twee jaar oude dochtertje spert haar mond open van verbazing als ze een varken ziet plassen en stamelt 'varken plast'. Nadat we een stuk doorgelopen zijn stopt onze hond Pi om te plassen en mijn dochtertje zegt: 'Pi varken'.
'Zij is verwonderd. Ik merk dat op, maar weet niet goed hoe te reageren.' Ik kan me op zo'n moment alleen verbaasd afvragen of dit normaal is voor een 2-jarige en weet nauwelijks iets anders te zeggen dan 'ja, Pi plast, het varken plast, de koe plast en jij plast ook'.

2 Tijdens de wiskunde-les in een brugklas HAVO/VWO verschenen enkele voorbeelden van aftrekken van negatieve getallen op het bord. Op een gegeven moment staat er

$$15 - (-7) = \square, \text{ want } \square + (-7) = 15$$

Lerares: wie heeft een idee?
ll.1 : 22
Lerares: prima
ll.2 : toch gek
Lerares: ??
ll.2 : je trekt af en toch wordt het groter.
Lerares: ja, net zo iets als bij optellen, bijvoorbeeld $10 + (-3) = 7$ je telt op en toch wordt het kleiner.
ll.2 : oh
Lerares: maken jullie nu eens $15 - (-3) =$

3 Tijdens het vervolg van deze les kwam de volgende opdracht op bord:

$17 - (-4) =$

ll. : 13
andere ll. : 21
meerdere lln.: 13
meerdere lln.: nee, 21
Na het gesprek over het juiste antwoord, èn het waarom steekt een jongen zijn vinger op.
Lerares : Is er iets, Hans?
Hans : Juf, je hebt dus eigenlijk bij alle getallen ..., bijvoorbeeld $10 - (-5) = 15$.
De lerares reageert daarop met:
'Ja zeker, daarom schrijven we ook $a - (-b) = a + b$.'
De reaktie van Hans was overduidelijk; hij zei: 'Oh?'

4 In het gesprek van de in 2 en 3 genoemde les vertelde de lerares dat ze de verwondering van beide leerlingen wel degelijk opgemerkt had en er blij verrast door was. Ze had alleen geprobeerd snel door te gaan, want er moest nog zoveel gedaan worden. En *dat* verwonderde mij en met die verwondering wist ik geen raad. Er was niemand met wie ik mijn verwondering kon delen en dus zit ik er nu nog mee. Zal ik maar gewoon verder gaan en me niet meer verwonderen, òf ...???

5 De leerlingen in een 6-VWO klas hebben de grafiek van $x \rightarrow \cos x$ getekend voor $x \in [-2\pi, 2\pi]$ en deze gespiegeld in de lijn met vergelijking $y = x$. Een aantal leerlingen merkt op dat de gespiegelde figuur niet de grafiek van een functie is. Bij ieder getal x heb je meerdere beelden $\arccos x$.
Leraar : maar de rekenmachine kan het wel.
Leerling: dat geloof ik niet!

6 Het produkt van drie opvolgende gehele getallen is deelbaar door 6.
Leerling 1: $5 \times 6 \times 7$
Leerling 2: $6 \times 7 \times 8$
Leerling 3: $12 \times 13 \times 14$
Leraar : hoe zit het met $13 \times 14 \times 15$?
Leerling (na uitvermenigvuldigen en delen door 6): verhip, dat klopt ook!

7 Een tweetal studenten wiskunde hield een voordracht over 'lijnen die de oppervlakte en de omtrek van een driehoek doormidden delen'.
Bij de nabespreking zei een van de medestudenten: jullie verhaal zat goed in elkaar, maar waarom kwam mijn verwondering over het altijd bestaan van 1, 2 of 3 van die lijnen niet aan bod? Ja, zelfs mijn opmerking dat ik dat gek vond, omdat een zwaartelijn de oppervlakte doormidden deelt maar in het algemeen niet de omtrek, werd afgedaan met: dat is juist.

8 Een studente wiskunde vertelde mij hoe zij vele uren had zitten proberen om regelmatige veelvlakken te maken van gelijkzijdige driehoeken. Omdat ze gehoord had dat dit een opdracht was voor brugklasleerlingen meende ze al

proberend er uit te moeten komen. Het regelmatige 4-vlak, 8-vlak en 20-vlak had ze keurig gemaakt én een redenering waarom er niet meer waren.
Haar etage-genote verwonderde er zich over dat zij zich met zo iets onbenulligs bezig kon houden. Wat moet je aan met *die* verwondering?

9 Beschouw de rekenkundige rij $1 + 3n$. Hoeveel priemgetallen denkt u dat er in voorkomen?
Verwondert het u dat er meer zijn dan 1000?

10 Verwondert het u dat er veel LBO-4, MAVO-4 en HAVO-4 leerlingen zijn die denken dat grafieken altijd rechte lijnen of parabolen zijn?

Commentaar:

Met de voorgaande echte en bijgeschaafde voorbeelden heb ik willen laten zien dat er op elk niveau, bij elke leeftijdsgroep momenten zijn waarbij er een verwondering op kan treden.
Het is voor mij – en hopelijk voor u als lezer – duidelijk dat ik het commentaar van de medestudent in voorbeeld 7 van harte onderschrijf. Eveneens voel ik het probleem aan dat de lerares uit voorbeeld 2 en 3 bij 4 verwoordt.
Juist daarom wil ik benadrukken dat de verwondering een aanzet kan zijn tot verder doordenken. Het niet benutten van die verwondering – laat staan het bewust of onbewust onderdrukken daarvan door het negeren of snel passeren – zie ik als een didactische fout.
Een didactische fout die deels veroorzaakt schijnt te worden door het feit dat *wij* over veel zaken niet meer verwonderd zijn. Wij weten immers dat als we twee negatieve getallen vermenigvuldigen de uitkomst positief is, als we twee lijnspiegelingen samenstellen de samengestelde afbeelding geen lijnspiegeling is, en ... ga zo maar door. Maar onze leerlingen? Voor hen zijn deze zaken nieuw en ze kunnen voor hen verrassend zijn en als zodanig een aanzet tot 'leren'.
Van Dormolen schrijft hier onder andere over:[1])

> '*Een factor die maakt dat iemand in een probleem geïnteresseerd raakt is dat het aansluit bij een deel van zijn ervaringswereld, ongeacht of dat op de werkelijkheid betrekking heeft of niet. Dat blijkt in de praktijk echter niet een voldoende voorwaarde te zijn. Er moet ook een element zijn van nieuwsgierigheid. Die wordt dikwijls opgewekt door incongruentie tussen verschillende plausibel lijkende antwoorden op een probleem, of tussen een plausibel lijkend antwoord en de realiteit die anders is.*'

In 'Conflict in the classroom; Controversy and Learning', geven de auteurs D. W. Johnson en R. I. Johnson[2]) op grond van vele onderzoekingen aan, dat de aanwezigheid van controversen (onverenigbare ideeën, opinies, etc.) bevorderlijk kunnen zijn voor het begrijpen van het standpunt van anderen, voor het overgaan naar een hoger stadium in de cognitieve en morele ontwikkeling, enz.
Zij noemen ook een aantal condities waaronder zekere controversen constructief kunnen werken, zoals:
a er moet een coöperatieve context zijn. In gewone taal: een werksfeer, waarin je samen iets probeert te bereiken.

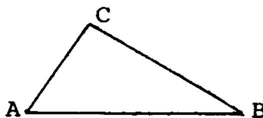
b een zekere heterogeniteit is vereist.
c de leerlingen dienen enige vaardigheid te hebben in het afstand nemen van hun eigen standpunten.
d de leerlingen dienen enige vaardigheid te hebben in het met elkaar oneens zijn, zonder de anderen defensief te maken.

Het oproepen van verbazing:

Als leraar kun je het cognitieve conflict, de verbazing oproepen door het soort opdrachten dat je aan de leerlingen voorlegt én de manier waarop je de leerlingen er aan laat werken.
Opdrachten die ik tegenkwam bij het bijwonen van lessen en het lezen van allerlei didactische tijdschriften, die mijns inziens duidelijke uitdagende elementen hebben zijn o.a. de volgende:
a De stelling van Pythagoras gaat over rechthoekige driehoeken en vierkanten. Zou je ook zo'n stelling kunnen formuleren voor rechthoekige driehoeken en gelijkzijdige driehoeken? En andere figuren?
b Is het niet gek dat, als je machten met een zelfde grondtal vermenigvuldigt, je de exponenten optelt?

Vraagje aan de lezer: wat doet u als een leerling het volgende in zijn schrift schrijft: $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{6}{15} \times \frac{5}{15} = \frac{30}{15} = 2$?

c Is het niet geweldig dat je vrij eenvoudig het volgende vraagstukje kunt oplossen, dankzij de 'afbeeldingen van het vlak op zichzelf'.
Teken het vierkant PQRS met P en Q op AB, R op BC en S op AC.



d [Nadat leerlingen gespiegeld hebben met een half-doorlaatbare spiegel.]
Kun je ook spiegelen zonder spiegel?
e Waarom zullen we irrationale getallen 'irrationaal' noemen?
Waarom zullen we imaginaire getallen 'imaginair' noemen?
f Waarom heeft de opgave 'Los op in $\mathbb{N}$: $3 - x = -2$' een oplossing, terwijl de uitkomst van de aftrekking niet tot $\mathbb{N}$ behoort?
g Kun je met de getallen 1, 3, 5 en 6 de getallen 0 t/m 50 maken door op te tellen, af te trekken, te vermenigvuldigen, te delen, of machtsverheffen toe te passen?
h De vierkantsvergelijking in x:
$x^2 - px + q = 0$
is 'eenvoudig' als volgt op te lossen.
Teken een assenstelsel. Teken daarin de punten A(0, 1) en B(p, q). Teken vervolgens de cirkel met middellijn AB. De snijpunten van deze cirkel met de x-as leveren de gevraagde waarden van x. Klopt het echt?

Slotopmerking:

Ik ben er van overtuigd dat bij vrijwel ieder onderwerp uit de schoolwiskunde

mogelijkheden aanwezig zijn om verwondering, verrassing op te roepen. In de praktijk van alle dag zal dit vaak gebeuren door schijnbaar kleine dingen, waar we attent op moeten zijn, willen we ze benutten.
Vaak zit het in het opmerken van verwondering en het er spontaan op reageren, maar we hebben ook de mogelijkheid om de verrassing op te roepen door opdrachten zoals hiervoor zijn aangegeven. Maar misschien heeft u zelf uit uw praktijk andere, betere voorbeelden?[3])

Dát zou ik dan graag van u horen!

Literatuur:

1) J. van Dormolen, Aandachtspunten: De a priori analyse van leerteksten voor wiskunde bij het voortgezet onderwijs. Bohn, Scheltema & Holkema, 1982.
2) D. W. Johnson and R. I. Johnson, Conflict in the classroom: Controversy and Learning. In: Review of Educational Research 1979, 49, 1.
3) Door Hans Pouw en mijzelf worden op dit moment een aantal 'instapproblemen' bijeengezocht en gegroepeerd. Het was voor ons verrassend om te ontdekken hoeveel er her en der in omloop zijn. En toch hebben we het idee, dat er nog steeds leukere/betere gevonden/gemaakt kunnen worden. Belangrijk vinden wij daarbij wel dat de problemen een dusdanige moeilijkheidsgraad hebben, dat alle leerlingen er aan kunnen werken.

Jaarrede 1982

Dames en Heren,

Bij het begin van een jaarvergadering mag ik altijd de problemen en ontwikkelingen in ons wiskundeonderwijs met u bekijken.
Bij lbo en mavo zien we dat de harmonisatie van de C-examens voortschrijdt. Reeds jaren heeft onze vereniging gepleit voor één C-examen voor lbo en mavo. Uit een schrijven van de CEVO blijkt dat er in 1984 in ieder geval geen verschil meer zal bestaan tussen de open-vraaggedeelten van de C-examens wiskunde voor de verschillende vormen van lbo en mavo, terwijl er zal worden geprobeerd dit reeds in 1983 te bereiken. Wij hopen dat door deze harmonisatie van de C-examens de mogelijkheden voor leerlingen geschapen worden om door te stromen naar elke vorm van vervolgonderwijs.
Voor docenten bij het lbo zal deze wijziging als een evolutie gezien worden, waarbij het eigene van elk schooltype in het schoolonderzoek tot zijn recht kan komen. Vele docenten bij het mavo zullen dit jaar voor het eerst geconfronteerd worden met de nieuwe C- en D-examens, waarbij sommigen liever zullen spreken over een revolutie dan over een evolutie. Wij wensen u allen veel sterkte bij deze omschakeling.
Hiernaast komt nog de wijziging van het aantal zittingen van het examen wiskunde met ingang van het schooljaar 1984/1985. Vorig jaar zegde ik u een verslag toe van een werkgroep die, onder leiding van Freek Mahieu de problematiek bestudeerde die samenhangt met het zo effectief mogelijk benutten van de examentijd.

Dit rapport heeft u inmiddels kunnen bestuderen, want het is gepubliceerd in het augustus/septembernummer van Euclides. Wij willen deze werkgroep bijzonder bedanken voor het vele werk dat zij verricht heeft. Het rapport hebben wij aangeboden aan de CEVO. Met name wil ik u allen nog wijzen op het naschrift in Euclides: 'Op- of aanmerkingen die tot verbetering kunnen leiden, met name van de zijde van docenten die bij het lbo of het mavo werkzaam zijn, worden op prijs gesteld'.

Het Hewetproject is zijn tweede jaar ingegaan. Dat betekent dat we dit jaar voor het eerst te maken krijgen met een wiskunde A-examen op de experimenteerscholen in Haarlem en Zevenaar. Inmiddels zijn tien volgscholen zich aan het warm lopen voor de tweede fase van het experiment. Dat warm lopen betekent hier: het onderwijzen van een aangepast wiskundeprogramma in klas 4 vwo en het deelnemen aan 16 nascholingsbijeenkomsten. Op die bijeenkomsten, verzorgd door de vakgroep OW & OC van de Rijksuniversiteit Utrecht, vindt een uitgebreide kennismaking plaats met de nieuwe wiskunde A-stof en met de ervaringen opgedaan in de beide pionierscholen. Die nascholing heeft duidelijk een dubbele bodem. Enerzijds gaat het er om de tien volgscholen zo goed mogelijk voor te bereiden op de wiskunde A, anderzijds moet die nascholing zèlf worden gezien als een proefcursus voor de Hewetnascholing die vanaf het schooljaar 1983/1984 op grotere schaal zal worden gehouden.
Uit mijn woorden begrijpt u, dat dit jaar een sleuteljaar voor het Hewetproject is. Het bestuur is dan ook zeer benieuwd naar de resultaten en bevindingen van de direct betrokkenen: leerlingen, leraren en de leden van het Hewet-team. Wij hopen dat de opgedane ervaringen zo spoedig mogelijk openbaar worden gemaakt. Evenals vorig jaar is er vandaag één werkgroep waarin een tipje van de Hewetsluier wordt opgelicht.
Intussen heeft het bestuur door middel van een schrijven aan de minister van Onderwijs en Wetenschappen gevraagd een werkgroep op te richten, die zich in navolging van de Hewet bezig zou kunnen houden met een herindeling van de havo-wiskunde. Die werkgroep zou de opdracht kunnen krijgen om na te gaan of het gewenst is op het havo een situatie te scheppen analoog aan die op het vwo na de Hewet en voorstellen te doen omtrent een programma wiskunde A – met als doelgroep onder andere de toekomstige studenten van de pedagogische academie, de sociale academie en het heao – en een programma wiskunde B bestemd voor toekomstige hts'ers. Het bestuur heeft goede hoop dat de minister dit verzoek zal honoreren.

De vrouwenemancipatie dringt ook door in onze vereniging. Eind 1981 plaatsten enkele vrouwen een oproep in diverse bladen, zoals Euclides en de Nieuwe Wiskrant, teneinde vrouwen, die zich bezig houden met wiskunde-onderwijs met elkaar in contact te laten komen.
Op zaterdag 7 november 1981 waren ongeveer 45 vrouwen aanwezig op de eerste bijeenkomst in Bilthoven. Deze bijeenkomst resulteerde uiteindelijk in een aantal werkgroepen:
- onderzoek naar belemmerende factoren,
- volwassenenonderwijs,

- leerboeken en lesmateriaal,
- Hewet,
- computerkunde,
- literatuuronderzoek.

Op 8 maart 1982 verscheen de eerste brochure, getiteld: 'Vrouwen en Wiskunde' en op 13 februari 1982 presenteerde de groep zich op de studiedag van de didactiekcommissie door een werkgroep te houden over het onderwerp: 'Meisjes en Wiskunde'. 28 Maart werd de tweede landelijke dag gehouden in Amsterdam, drie weken geleden de derde, met als onderwerp: 'Verbetering en verandering van het wiskundeonderwijs, opdat meer meisjes/vrouwen daaraan zullen deelnemen'. Inmiddels wordt de groep door de vereniging gesubsidieerd. Verder is ook bij het ministerie door de vereniging subsidie voor deze groep aangevraagd.

Het 'Tweede Wiskunde Project' van de 'International Association for the Educational Achievement' is inmiddels bijna ten einde. Het onderzoek heeft plaats gevonden en er wordt nu gewerkt aan de rapportage van de resultaten. Daartoe zullen een tweetal rapporten verschijnen. Een beschrijvend rapport en een technisch rapport, waarin de gevolgde onderzoekstechnieken zijn opgenomen. Het beschrijvend rapport zal 3 januari 1983 verschijnen en het technisch rapport reeds op 24 november van dit jaar. De analyseresultaten zullen ook in de vorm van rapporten openbaar worden gemaakt. Volgens de planning zullen op 11 februari 1983 de resultaten wat betreft de meetkunde instructiemethode verschijnen en op 16 februari 1983 de resultaten wat betreft de relatie tussen wiskundekennis en schooltype. Het project zal op 1 maart 1983 eindigen.

Het Landelijk Werkverband Nascholing Wiskunde is nog steeds actief. Dit werkverband heeft in het cursusjaar 1981/1982 vijf conferenties georganiseerd, waaraan ruim 200 wiskundeleraren hebben deelgenomen. Het waren twee B-conferenties over 'samenwerken' en 2 C-conferenties over 'rekening houden met individuele verschillen'. Bovendien was er een kaderconferentie voor 47 wiskundedocenten van initiële opleidingen. Voor dit cursusjaar zijn in voorbereiding een tweetal D-cursussen, één in november en één in april met als thema 'zingeving van wiskunde-onderwijs' en een tweetal C-cursussen in februari en juni. De inhoud van deze cursussen zal bestaan uit de oude C-cursus, hier en daar aangepast in de richting van gedifferentieerde examens.

In september was de eerste bijeenkomst van de 'Werkgroep Participerend Leren'. Aan het openingswoord van de waarnemend voorzitter ontleen ik het volgende: Participerend leren is geen doel op zichzelf, het is een uitdrukking van een wereldwijde beweging om het onderwijs voor 16-19 jarigen te hervormen. Hieraan ligt de idee ten grondslag dat gezocht moet worden naar een onderwijsstelsel voor 16-19 jarigen dat beter aansluit bij de positie van deze jongeren in het maatschappelijk leven, in de wereld van arbeid en beroep, van vervolgstudie en vrije tijd en van democratisch burger-zijn'.
Het bestuur heeft de uitnodiging om als waarnemer aanwezig te zijn aanvaard.

Deze jaarrede zou niet volledig zijn als ik u niet herinnerde aan het wiskundetijd-

schrift 'Pythagoras'. Evenals vorige jaren wil ik u allen oproepen om mee te denken over en mee te werken aan de inhoud van dit tijdschrift. U kunt zich altijd tot de redactie wenden als u haar kunt steunen of helpen.

Ik mag nog uw aandacht vragen voor de vele medewerkers die de themadag van vandaag weer mogelijk gemaakt hebben en de SLO die heeft gezorgd dat u de brochure 'Examen anders bekeken' hebt kunnen ontvangen.

Mogelijk heeft u gemerkt dat deze jaarrede iets korter was dan vorige jaren. Er is namelijk een korting van circa 1,65% toegepast. Dit is gebeurd om u de gelegenheid te geven straks in de werkgroepen tot actie over te gaan. Ik hoop dat het een harde actie zal worden. Na afhandeling van de rest van het huishoudelijk gedeelte krijgt de actievoerder het woord.
Ik dank u voor uw aandacht.

Th. J. Korthagen, voorzitter.

Notulen van de algemene vergadering van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 30 oktober 1982 in het gebouw van de S.O.L. te Utrecht.

Om 10.14 uur opent de voorzitter, dr. Th. J. Korthagen de vergadering. Hij heet in het bijzonder welkom de ereleden prof. dr. O. Bottema, prof. dr. H. Freudenthal, E. H. Schmidt en dr. P. G. J. Vredenduin, de inspecteurs J. Boersma, P. Lafeber en drs. B. J. Westerhof, de vertegenwoordigers van de Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars, F. Laforce en mevr. G. Simons, de vertegenwoordiger van Wolters-Noordhoff en de vertegenwoordiger van Euclides, B. Zwaneveld. Hierna spreekt de voorzitter de jaarrede uit.
Na de jaarrede worden de notulen van de algemene vergadering van 31 oktober 1981 en de jaarverslagen goedgekeurd. De penningmeester wordt gedechargeerd. In de nieuwe kascommissie worden gekozen mevr. R. Verstraete-Aarden en de heer A. A. M. Braat. De heren L. Bozuwa, drs. J. van Dormolen, F. F. J. Gaillard en M. Kindt worden als bestuurslid herkozen. Naar aanleiding van het voorstel de contributie voor 1983/1984 vast te stellen op *f* 50,– vraagt de heer J. J. Roggen het woord. Hij heeft geconstateerd dat sinds 1972 de contributie is gestegen van *f* 20,– tot *f* 50,– en hij heeft gezien dat de grootste uitgavenpost Euclides is. Hij meent dat de inhoud van Euclides nog te weinig aanleiding geeft tot het hoge hiervoor uitgetrokken bedrag. Hij stelt het op prijs als Euclides nog meer nieuws van SLO en conferenties gaat brengen. De penningmeester zegt dat de prijs van Wolters-Noordhoff voor Euclides met 4% per jaar omhoog gaat. Hij hoopt echter de contributie van *f* 50,– twee jaar te kunnen handhaven. De heer Roggen leest ook uit de begroting dat zowel de inkomsten uit contributies als de uitgaven voor Euclides in de begroting omlaag zijn gegaan. De penningmeester voegt hieraan toe dat er door bezuinigingen enige afzeggingen en minder aanmeldingen zijn. Het bestuur denkt na over reclame. Hierna wordt de contributie voor 1983/1984 op *f* 50,– vastgesteld.
Hierna geeft de voorzitter het woord aan de heer Van Dormolen, die een

inleiding geeft op de studiedag met als thema 'Eindexamen anders'. Na deze inleiding kunnen de aanwezigen deelnemen aan één van de volgende werkgroepen: Schoolonderzoek, Mavo-examen in één zitting, HEWET en het schoolonderzoek, Examens op langere termijn, Pas op met veranderingen in het examen, Correctie en normering, Hoe examens tot stand komen, Gedifferentieerde examens, Samen aan de slag?.

Na deze werkgroepen is er een lunchpauze.

Na de lunchpauze treedt een cabaretgroep, bestaande uit Aad Goddijn, Nanda Querelle, George Schoemakers en Lou Sijp, op die enige examenvragen en de beoordelingsnormen onder de loupe neemt.

Frans Dolmans houdt hierna een lezing, getiteld: 'Op weg naar een zinvoller wiskunde onderwijs'. Na deze lezing wordt er weer in de werkgroepen gewerkt.

Om 16.30 uur volgt het tweede gedeelte van de huishoudelijke vergadering. Allereerst wordt hierbij het nieuwe huishoudelijk reglement goedgekeurd. Daarna volgt de rondvraag.

De eerste vraag is van de heer J. T. J. Mahieu. Deze betreft de normering van de eindexamens. Als, zoals de laatste jaren gebruikelijk is, de norm wordt 'bijgesteld', profiteren hiervan vooral de zwakkere kandidaten. Is het zinvol om vanuit de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren te vragen om ook de betere leerlingen van deze compensatie te laten profiteren? Er zijn examens geweest, waarbij de omrekening voor het eerste examen ook gold voor het herexamen. Is het bekend, waarom hiervan de laatste jaren is afgeweken en is het gewenst om voor beide examens dezelfde omrekening te hanteren? De vice-voorzitter, L. Bozuwa, die de vergadering leidt, antwoordt dat een bijstelling een noodmaatregel is in de gevallen dat de norm tot onbillijkheden leidt. Nooit kan dit voor iedereen volstrekt eerlijk zijn. De CEVO heeft verscheidene oplossingen voor de bijstelling onderzocht, waarbij zij gekozen heeft voor de huidige regeling. Hierbij is een uitgangspunt geweest dat men voor alle vakken dezelfde regeling wilde hebben en dat men probeert bijstellingen onnodig te maken. Over de omrekening bij de examens tweede periode is met de inspectie overleg geweest. Er komt een brief van de Minister dat de twee tijdvakken onafhankelijk van elkaar bekeken moeten worden. Een steekproef bij het tweede tijdvak naar analogie van het eerste tijdvak biedt geen mogelijkheden daar deze niet aselect kan zijn.

De heer R. A. Smith informeert of de vereniging informaties kan verstrekken over het ontwerpen van een schoolwerkplan of namen kan noemen van instanties waar men deze informatie kan krijgen. Tevens vraagt hij welke bezwaren er zijn om het gebruik van een paraboolmal tijdens de examens toe te staan.

Voor de schoolwerkplannen verwijst de vice-voorzitter naar de Pedagogische Centra. Hij is er van overtuigd dat daar zoveel kennis aanwezig is, dat de vereniging niet ook nog op dit terrein behoeft te werken. Tegen het gebruik van paraboolmallen op de examens zijn geen bezwaren. Door ze echter op te nemen in de lijst van toegestane hulpmiddelen, zou de indruk gewekt kunnen worden dat het gebruik hiervan niet alleen toegestaan is maar zelfs wordt aanbevolen.

De heer G. M. L. Hengeveld vraagt, naar aanleiding van de huidige C- en D-programma's, hoe en door wie het tegenwoordige programmapakket is samengesteld; komt dit uit het wiskundeveld, is er overleg gepleegd met het wiskunde-

veld, is het bespreekbaar gesteld? Verder vraagt hij of de geruchten juist zijn dat leerlingen verplicht worden aan het begin van het 4de leerjaar mavo te kiezen voor het C- of D-examen. De vice-voorzitter antwoordt dat de huidige leerplannen dezelfde zijn als die voor voor mavo-4 en mavo-3. Deze zijn reeds voor de invoering van de mammoetwet door de Minister vastgesteld. Hierbij heeft de CMLW invloed gehad. Nog steeds hebben de docenten invloed op de examens door hun inbreng bij de examenbesprekingen. De geruchten dat een leerling aan het begin van het 4e leerjaar moet kiezen voor het C- of D-examen zijn volledig onjuist. Aan het begin van het schooljaar kan gekozen worden voor C-, D- of C/D-examen. Bij de keuze voor uitstel van de beslissing C/D moeten wel het gehele schooljaar cijfers voor beide examens gegeven worden bij de schoolonderzoeken.
Vervolgens informeert mevr. G. Fokkens over de volgorde van bewerking zoals die op de basisscholen en bij de CITO toetsen voor het rekenen wordt gehanteerd. Zij meent dat daarin nogal wat verschillen zijn. De heer J. Sloff vindt dat de Minister hierin moet beslissen. De heer H. Schuring deelt mee dat er twee opvattingen zijn over de volgorde van bewerking. Voor het voortgezet onderwijs is er, door het standpunt van de nomenclatuurcommissie in het nomenclatuurrapport, geen probleem. Men gebruikt geen :-teken, maar een breukstreep voor delingen. De CITO-toets gebruikt haakjes indien er door verschillende opvattingen onduidelijkheid zou zijn.
De heer F. Laforce feliciteert de vereniging met de geslaagde themadag en dankt voor de gastvrijheid.
Hierna sluit de vice-voorzitter de vergadering.

Mededeling

Als vertegenwoordigster uit de LBO-sector treedt Ine van Breugel uit Eindhoven toe tot de redactie van Euclides.
Wij heten Ine van harte welkom.

de redactie

Recreatie

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Dr. P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth.

Opgaven

479. Gooi vanaf een toren een steen weg met een beginsnelheid v_0. De grootte van v_0 is gegeven. De hoek α die v_0 met het horizontale vlak maakt, kan men nog kiezen. De steen treft de grond onder een hoek β. Onder het bereik van de worp verstaan we de afstand van het punt waar de steen neerkomt tot de voet van de toren.
Bewijs: bereik is maximaal $\Leftrightarrow \alpha + \beta = 90°$. (H. Biezeveld)

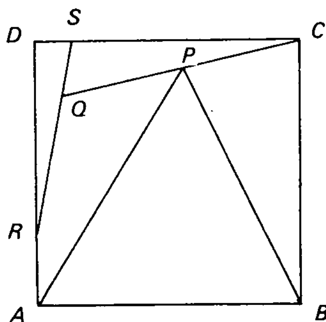
480. Vijf punten liggen in het inwendige van een gelijkzijdige driehoek van zijde a. Bewijs dat minstens twee van hen een afstand hebben die kleiner is dan $\frac{1}{2}a$. (uit een Chinese olympiade)

481. Een positief geheel getal wordt met 2 vermenigvuldigd. Het oorspronkelijke getal wordt geschreven in het zeventallige stelsel. De twee uitkomsten bestaan uit dezelfde cijferrijen. Wat kan het oorspronkelijke getal zijn? (Dr. R. S. Tjaden Modderman, Rozendaal)

482. Verdeel een vierkant door drie lijnstukken in stukken waarmee twee met elkaar congruente vierkanten gelegd kunnen worden. (B. Kootstra)

Oplossingen

475. Een vierkant grasveld met zijden van 6 meter wordt met draden overspannen. De draden zijn 1 meter lang. Geen twee draden mogen elkaar snijden. Geen nieuwe draad kan meer worden toegevoegd. Hoe kunnen de draden gespannen zijn?
Verdeel het grasveld in vierkanten van 1 m^2. Deze worden als volgt bespannen.



Eerst spannen we de draden AB, BC, CD en DA, daarna AP en BP, vervolgens CQ door P en ten slotte RS door Q. Liefhebbers kunnen proberen RS door middel van passer en liniaal te construeren.
Met een willekeurige rechthoek lukt het niet altijd. Als tegenvoorbeeld kies ik een rechthoek met lengte 1 meter en breedte bijv. $\frac{1}{2}$ (in elk geval kleiner dan $\frac{1}{2}\sqrt{3}$).
Onderstel we beginnen met draad AP. Deze kan om A scharnieren. Als dit niet onmogelijk gemaakt wordt, kunnen er oneindig veel draden gespannen worden. De draad moet dus van boven en van onderen ingeklemd worden. In figuur 1 wordt hij van onderen ingeklemd (ondersteund) door draad QR.

Definitie. Als draad p draad q ondersteunt, dan zeggen we dat p lager is dan q.
Met welke draad we ook beginnen, we moeten zo doorgaande een laagste draad vinden. Deze kan alleen maar lopen van een inwendig punt van AB naar een punt van AD of van BC. Het is bijv. draad ST in figuur 2.

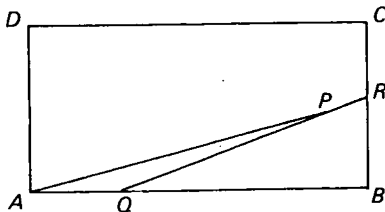


Fig. 1

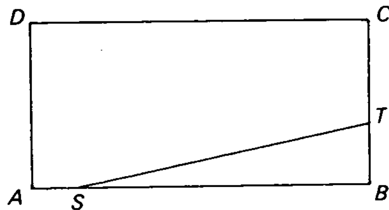


Fig. 2

Bekijk nu verder de vijfhoek $STCDA$. Kies de zijde ST als onderste en redeneer op dezelfde wijze verder. We vinden dan, dat een nieuwe onderste zijde moet optreden die loopt van een inwendig punt van ST naar een punt van TC, AS of AD.
Dit proces eindigt niet, omdat we steeds een veelhoek houden met onderste zijde 1 en waarvan ook CD een zijde is.
Het bewijs is enigszins schematisch. Essentieel is dat geen twee zijden elkaar ondersteunen, waardoor de definitie van lager gevaar gaat lopen. En verder dat geen vierhoek ontstaat met diagonaal 1. Het gegeven dat de breedte kleiner is dan $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ zorgt ervoor, dat hieraan voldaan is.

476. ***n* munten liggen in een kring; elk raakt zijn beide buren. *A* en *B* nemen om beurten één of twee elkaar rakende munten weg. *A* begint en wint. Wat weet je van *n* en van *B*?**
A neemt één of twee munten weg; het doet er niet toe of het er één of twee zijn. Er blijft een keten over. Bestaat die uit 1 of 2 munten, dan wint B. Bestaat de keten uit $2k + 1$ munten, dan neemt B de middelste weg. Bestaat de keten uit $2k + 2$ munten, dan neemt B het middelste paar weg. Er blijven nu twee ketens van elk k munten over. A neemt van een van de beide ketens iets weg. B neemt van de andere keten de overeenkomstige munten weg. Zodat B het laatst een munt wegneemt en wint. Hoe groot n is, is dus irrelevant. En als A wint, dan weet je dat B niet erg slim is.

477. Een jongen zegt tegen zijn kleine broertje op 1 april: Vandaag zal ik je voor de gek houden, zoals ik nog nooit gedaan heb. Er gebeurt niets. Kleine broer raakt daardoor overstuur. Verweer van grote broer: 'Ik heb gezegd je voor de gek te zullen houden. Ik heb het niet gedaan. Dan klopt het toch?'
Er werd gevraagd naar het resultaat van uw denkarbeid aangaande dit verhaal. Deze vraag kan ik uiteraard niet beantwoorden. Mijn mening is de volgende. Of iemand voor de gek gehouden is of niet, hangt af van de reactie die hij vertoont. Uit de reactie van het kleine broertje blijkt dat hij voor de gek gehouden is. Grote broer is dus in zijn opzet geslaagd en zijn verweer is juist.

478. Jonkvrouwen spreken altijd de waarheid, slavinnen liegen altijd en normalen spreken soms de waarheid en liegen soms. Uit drie zusters waarvan één jonkvrouw, één slavin en één normaal is, wil iemand zich een bruid uitzoeken. Het mag in geen geval de normale zijn (want deze is een weerwolf). Hij mag één van de zusters één vraag stellen. Het antwoord kan alleen zijn 'ja' of 'nee'. Welke vraag zal hij stellen om met zekerheid een bruid te kunnen uitzoeken die geen weerwolf is?
We spreken af dat een jonkvrouw van hogere rang is dan een normale dame en een normale dame van hogere rang dan een slavin. Noem de zusters A, B en C. Vraag aan A: 'Is B van lagere rang dan C?'
Onderstel het antwoord is 'ja'. Dan kies je B als bruid.
Onderstel het antwoord is 'nee'. Dan kies je C.
De juistheid hiervan is zonder moeite te verifiëren.
Andere oplossingen zijn mogelijk.

Boekbesprekingen

Baldock, G. R., T. Bridgeman, *Mathematical Theory of Wave Motion*, Chichester etc.: Ellis Horwood Ltd., Halsted Press, a division of J. Wiley & Sons, 1981, 261 p., prijs £ 19,50.

De klassieke theorie van lineaire trillingen en golven in diverse physische systemen is overbekend en het heeft daarom geen zin hier een volledige inhoudsbeschrijving van dit boek te geven. Volstaan kan worden met de opmerking dat dit werk een uitstekende inleiding geeft tot de lineaire theorie. Talloze voorbeelden, waaronder verschillende zeer aardige, illustreren de tekst en iedere sectie is voorzien van een groot aantal problemen, welke de stof nog aanzienlijk verdiepen. Het boek besluit met een appendix over speciale functies. Het kan ieder worden aanbevolen die een goede inleiding tot de mathematische theorie wenst.
Enkele kritische opmerkingen moeten echter worden gemaakt, in verband met een aantal omissies. Niet behandeld zijn: de theorie van elastische, seismische en Rayleigh golven, het principe van Rayleigh bij eigenwaardeproblemen en de Timoshenko-balk (met afschuiving en rotatietraagheid). Voorts zijn de trillingsvergelijkingen van snaar en balk, evenals de golfvergelijking voor acoustische golven à priori gelineariseerd. Het is veel meer leerzaam uit te gaan van de algemene niet-lineaire vergelijkingen en deze vervolgens te lineariseren, waardoor inzicht wordt verkregen in de grootte en het karakter van de verwaarlozingen.
Ondanks deze kritische opmerkingen kan het boek toch als een waardevolle inleiding worden beschouwd.

Prof. dr. J. B. Alblas.

R. J. Adler, *The geometry of random fields*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, 1981, 280 blz.

Deze nieuwe uitgave in de bekende serie van Wiley houdt zich bezig met 'the sample function behavior of random fields, and the geometrical problems that such a study generates'.
De meeste van de werkelijk interessante problemen, die zich bij het beschrijven van bovengenoemd gedrag voordoen, zijn van meetkundige aard. In het boek wordt hieraan veel aandacht besteed. Verder treft men in het boek een veelheid van – vaak recente – resultaten aan. De presentatie hiervan maakt het boek geschikt voor zowel de 'strenge' mathemaat als de toegepaste wetenschapper.
De eerste drie hoofdstukken bevatten een inleidend en voorbereidend gedeelte:
1 Random fields and excursion sets,
2 Homogeneous fields and their spectra,
3 Sample function regularity.
Waarna in de hoofdstukken 4 t/m 7 een behandeling volgt van 'The random fields possessing sample functions which are 'smooth' (continuous, differentiable, etc.).
4 Geometry and excursion characteristics,
5 Some expectations,
6 Local maxima and high-level excursions,
7 Some non-Gaussian fields.
Tenslotte houdt het 8e hoofdstuk zich bezig met 'Gaussian fields whose sample are not 'smooth''.
8 Sample functions erraticism and Hausdorff dimension.
In een appendix vindt men nog een behandeling van 'the Markov property for Gaussian fields', een onderwerp dat enigszins buiten de aard van het boek valt.
De bijna 200 titels in de literatuurlijst kunnen, tezamen met de talrijke verwijzingen in de tekst, de geïnteresseerde lezer van groot nut zijn.
Samengevat een uitstekend boek voor de geïnteresseerde in dit gebied.

R. Bosch

F. Cajori, *A History of Mathematics*; 524 blz.; $ 18,50; Chelsea Publishing Company, Inc.; New York.

Voor ons ligt de in 1980 verschenen 3e druk van deze geschiedenis der wiskunde waarvan de eerste druk in 1895 en de tweede in 1919 verschenen zijn. In de 3e druk zijn een aantal recente gegevens verwerkt, overigens is deze druk gelijk aan de vorige. Dat betekent dat we hier een historiebeschrijving hebben tot aan de 1e Wereldoorlog. Geschiedenis bestaat niet uit het louter opsommen van feiten. Door bestudering van de geschiedenis willen we ontdekken hoe en in welke context wiskunde is ontstaan en op welke wijze deze zich tot in onze tijd ontwikkeld heeft.
Afgezien uiteraard van deelstudies behoeft een volledig werk van de geschiedenis het heden, althans de ontwikkelingen die in het nú van belang zijn. Vanuit dit gezichtspunt is het mij niet wel duidelijk waarom de uitgever het nodig oordeelde nu nog deze 3e druk te doen verschijnen.
Overigens is het nog steeds een groot genoegen dit vrij gedegen werk te bestuderen. De eerste 277 blz. zijn gewijd aan de beschrijving van de ontwikkeling van de wiskunde van de oudheid en van andere culturen tot de achttiende eeuw. De negentiende en (een klein stukje van) de 20e eeuw worden onderwerpsgewijs besproken: synthetische en analytische meetkunde, algebra, analyse, functietheorie, getallentheorie, toegepaste wiskunde.
Samengevat: Een boek dat zo'n lang leven beschoren is behoeft nauwelijks een nadere aanprijzing. Voor niet teveel geld heeft men hier een uitstekend overzichtswerk van de geschiedenis van de wiskunde tot aan WO I. Voor verder- en diepergaande studies die ten doel hebben ontwikkelingen van nu te begrijpen geeft het boek beslist te weinig, zelfs weinig of geen aanzetten.

W. Kleijne

M. C. Irwin, *Smooth Dynamical Systems.*

Dit boek behandelt de theorie van dynamische systemen vanuit een differentiaaltopologisch gezichtspunt en is als zodanig een aardige inleiding op het werk van de 'Smale-school'.
In de inleiding worden enkele concrete systemen behandeld; hier wordt, zoals het een boek over zuivere wiskunde betaamt, niet meer op teruggekomen, hoewel dit bijvoorbeeld in het geval van de bolslinger niet terecht lijkt (zie: J. J. Duistermaat, *On Global Action-Angle Coordinates*, Comm. Pure Appl. Math., *33* (1980) p. 687-706). Dan komt de eigenlijke theorie, vanaf de definitie van een stroming en de basistheorie van differentiaalvergelijkingen, via lineaire systemen, naar gelineariseerde systemen, stabiele variëteiten en structurele stabiliteit. In de appendices, tenslotte, worden enerzijds uitstapjes gemaakt, anderzijds wordt de theoretische onderbouw aangevuld.
Afgezien van een enkele privé-notatie, zoals $t.\times$ i.p.v. $\phi(t, \times)$, is de tekst goed leesbaar en kan men ook middenin beginnen te lezen. Wanneer de wiskunde wat moeilijker wordt, wordt de bewijsvoering wat schetsmatiger; hierdoor wordt én de leesbaarheid verhoogd én de serieuze student gedwongen tot wat hij al veel eerder had moeten doen, nl. de oorspronkelijke artikelen lezen.
Al met al een aardige inleiding tot een theorie waarvan hier althans, bij gebrek aan concrete voorbeelden, niet duidelijk wordt wat men eraan heeft.

Jan A. Sanders.

Engels, H., *Numerical quadrature and cubature*, Academic Press, London etc., 1980, XIV + 441 blz., $ 74,–.

Numerieke integratie van eendimensionale en meerdimensionale bepaalde integralen is van groot practisch belang, daar zeer veel integralen met analytische methoden niet berekend kunnen worden. Is er sprake van het benaderen van een eendimensionale integraal If m.b.v. een of andere regel waarbij alleen de functiewaarden van f in n discrete punten (knooppunten) van het integratie interval gebruikt worden, dan spreekt men van een kwadratuurformule, aangegeven met $\Phi_n f$; in het overeenkomstige geval van een meerdimensionale integraal $I_\Omega f$ van een cubatuurformule $C_n f$ (Ω is een redelijk fatsoenlijk gebied $\subset \mathbb{R}^N$, waarover geïntegreerd wordt). De coëfficiënten in de lineaire combinatie van de aldus beschouwde functiewaarden worden de gewichten van de integratieformule

genoemd. Het boek van Engels is geheel gewijd aan talloze aspecten die zich bij numerieke integratie voordoen. Na een algemeen inleidend hoofdstuk (met interessante historische opmerkingen), wordt in hoofdstuk 2 een aantal principes behandeld, waarmee kwadratuurformules en cubatuurformules geconstrueerd kunnen worden. Hoofdstuk 3 houdt zich bezig met een analyse van $E_nf := If - \Phi_nf$, c.q. $E_nf := I_\Omega f - C_nf$. Er resulteren schattingen voor $|E_nf|$. Een volgend probleem is de aldus gevonden schattingen zo klein mogelijk te maken door een geschikte keuze van knooppunten en/of gewichten (optimale integratie-formules). Uitgaande van een specifieke integratieformule kan een verzameling van soortgelijke integratieformules worden geconstrueerd door het aantal knooppunten naar oneindig te laten gaan. Aldus wordt een kwadratuurprocedure, c.q. een cubatuurprocedure verkregen. In hoofdstuk 4 wordt de convergentie van dergelijke procedures onderzocht, m.a.w. onderzocht wordt b.v. of geldt $\lim_{n \to \infty} (\Phi_nf) = If$, voor alle f behorende tot een of andere geschikte klasse van functies. Orthogonale polynomen zijn het onderwerp van hoofdstuk 5. Hoofdstuk 6 behandelt een van de hoofdthema's van het boek. De integrand f wordt benaderd m.b.v. een eenvoudig te integreren functie g, die f in de knooppunten interpoleert; Ig wordt dan opgevat als een benadering van If. Neemt men de knooppunten equidistant op het interval en is g het interpolatie-polynoom van Lagrange, dan verkrijgt men de bekende kwadratuurformules van Newton-Cotes. Cubatuurformules van het type Newton-Cotes worden gegeven voor eenvoudige gebieden Ω (een driehoek, een vierkant, een cirkelschijf, etc.). Hoofdstuk 7 sluit nauw aan bij hoofdstuk 6. In tegenstelling met hoofdstuk 6 zijn nu de n knooppunten niet voorgeschreven, maar worden als parameter opgevat. Dit leidt tot de z.g. integratieformules van Gauss. Variaties daarop worden eveneens beschouwd door van de n beschikbare knooppunten er een aantal a priori vast te leggen (Radau integratie, c.q. Lobatto integratie). Het zo belangrijke extrapolatieprincipe in de numerieke wiskunde wordt behandeld in hoofdstuk 8, met name aan de hand van de z.g. procedure van Romberg. Diverse eigenschappen van deze procedure worden afgeleid, bijv. de convergentie voor alle continue functies f op het interval $[0, 1]$. Hoofdstuk 9, tenslotte, bevat aanvullend materiaal zoals bijvoorbeeld een opgave van een aantal functies om de kwaliteit van numerieke integratieformules te testen, en numerieke data t.a.v. knooppunten en gewichten.
Bovenstaande omschrijving geeft slechts een summiere indruk van de rijke inhoud van Engels' boek, dat verder een zeer verzorgde indruk maakt. Het boek is goed leesbaar, bevat veel voorbeelden, en is gericht op een lezerskring die bestaat uit (gevorderde) studenten, wiskundigen die onderzoek doen op het gebied van de (theoretische) aspecten van de numerieke integratie, en gebruikers van numerieke wiskunde. Het werk is een welkome aanvulling op het schaarse aantal boeken dat zich uitsluitend met deze problematiek bezighoudt, en kan zonder voorbehoud worden aanbevolen.

F. Schurer

H. Heuser, *Lehrbuch der Analysis, deel I*, Stuttgart, B. G. Teubner Verlag, 643 blz. DM 48.

Voor ons ligt een analyseleerboek uit de bekende serie Mathematische Leitfäden. Het is een leerboek bestemd voor beginnende wiskundestudenten, tot wie de schrijver zich direkt in zijn voorwoord richt. Hier probeert hij duidelijk te maken wat de student verwachten kan. Ondanks het feit dat dit aan de beginner, die nog niets van het vak weet, heel moeilijk te verklaren is, slaagt de schrijver hierin naar mijn smaak uitstekend. Hij spreekt hierin over het onderzoek van functies 'im Kleinen' en over de conclusies hieruit voor de functies 'im Grossen', over limieten, over de deductieve methode, over abstracties. En dat alles met zoveel geestdrift, in zulke bloemrijke taal dat hij zelf al in het voorwoord de in de opdracht vermelde woorden'..., dass 'Mathe' nur mit Geduld und Liebe lehrbar ist' demonstreert. Vervolgens geeft de auteur in zijn inleiding talrijke buitengewoon goede aanwijzingen die de student bij de studie, mits opgevolgd, uitstekend zullen helpen.
Vervolgens behandelt de schrijver de analyse zoals ook wij in ons land deze onderwijzen in de prekandidaatsfase, bij MO-A opleidingen e.d.: verzamelingen en getallen, functies, limieten van getallenrijen, oneindige reeksen, continuïteit en limieten van functies, differentieerbare functies, toepassingen, de stelling van Taylor en machtreeksen, toepassingen, integraalrekening, oneigenlijke en Riemann-Stieltjes integraal, toepassingen, verwisseling van limieten, gelijkmatige en monotone convergentie.
Wellicht valt in deze opsomming de verschillende malen toepassingen op. In dit verband wil ik de schrijver citeren: 'Das Studium funktionellen Änderungsverhaltens ist nicht die müssige Träumerei weltfremder Gehirne in elfenbeinernen Türmen – es wird uns ganz im Gegenteil aufgedrängt durch

das tief im Menschen wurzelnde Bestreben, die uns umgebende Welt zu verstehen und aus diesem Verstehen heraus zu gestalten. Wer von der Weltfremdheit der Mathematik spricht, dem muss die moderne Welt wahrlich sehr fremd geworden sein.'
Een uitermate breed scala van toepassing behandelt hij dan ook in dit boek. Een kleine groep: hoogspanningsleidingen en hyperbolische functies, trillingen, raketvlucht, epidemieën, warmteïsolatie, processen van symbiose en van destructie, bevolkingsvraagstukken. Uit zeer uiteenlopende gebieden worden voorbeelden besproken en opgaven gegeven.
De opgaven vormen een integrerend bestanddeel van het werk. 'Es lernt niemand Klavierspielen, indem er Klavierspielen nur zuhört und selbst keine Fingerübungen macht.' Onder dit motto zijn er vele opgaven van allerlei moeilijkheidsgraad opgenomen. Vele oplossingen zijn achterin het boek vermeld. Een literatuuropgave en een naam- en zaakregister besluiten dit boek.
Naar mijn mening hebben we met dit boek een buitengewoon goed leerboek van de analyse erbij gekregen. De stof wordt zeer duidelijk uiteengezet, de opgaven sporen aan tot verwerking, de toepassingen zetten het geheel in een ruimer kader. Kortom een boek dat waard is ook in Nederland gebruikt te worden. Ik ben zeer benieuwd naar het afsluitende tweede deel.

W. Kleijne

W. Ledermann, *Handbook of applicable mathematics. vol. I Algebra en vol II Probability*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, Engeland, resp. 524 blz, 450 blz, prijs beide £ 32,50.

Een team van auteurs heeft zich gezet aan de samenstelling van een omvangrijk handboek van wiskunde waarvan nu twee delen zijn verschenen. De schrijvers constateren dat bij vele beoefenaren van diverse disciplines lacunes bestaan in de heden ten dage zo noodzakelijke wiskundige kennis. Scheikundigen, biologen, sociologen, economen, psychologen etc. indertijd opgeleid voelen bij hun beroepsuitoefening en in de beoefening van hun wetenschapsgebied dit gemis zeer sterk. Vanuit deze constatering hebben de schrijvers zich aan het handboek van toepasbare wiskunde gezet. Het ambitieuze programma 'All mathematics for the non-mathematician' moet uiteindelijk leiden tot de volgende delen:
I. Algebra, II. Probability, III. Numerical Methods, IV. Analysis, V. Geometry and combinatorics, VI. Statistics.
Bovendien zullen er tien boeken verschijnen als leidraad (guidebook) voor het gebruik van de wiskunde in diverse wetenschappen: Economics, Information Science, Engineering, Sociology, Management, Chemistry, Psychology, Biology, Environment Science, Medicine. Deze leidraden zullen onderwerpen uit de onderscheiden disciplines behandelen waaraan de toepassing van gebieden uit de wiskunde gedemonstreerd wordt. Hierbij zal verwezen worden naar een of meer van de zes bovengenoemde delen waar de betreffende wiskunde uitvoeriger behandeld wordt. Zoals gezegd betreft het hier een handboek wiskunde voor de niet-wiskundige. De presentatie van de stof is volledig in overeenstemming met deze doelgroep.
Geen axiomatische behandelingen, voor deze categorie overbodige theoretische uitweidingen komen niet voor, waar mogelijk zo concreet mogelijk, afgestemd op de toepasbaarheid. Toch leidt e.e.a. niet tot oppervlakkigheid, noch tot een uitsluitend aanstippen van de eerste beginselen van een deel van de wiskunde. Naast uiterst eenvoudige schoolwiskundezaken worden onderwerpen van een veel hoger niveau aangesneden.
Deel 1 Algebra, van de hand van W. Ledermann en S. Vajda, behandelt zo de volgende onderwerpen: verzamelingen, getallen, getaltheorie, lineaire algebra, groepen, metrische ruiten, lineaire programmering, speltheorie, financiële wiskunde, boolese algebra.
In Deel 2 Probability, door E. Lloyd, wordt o.a. behandeld: waarschijnlijkheid en statistiek, rekenen met kansen, kansverdelingen, (on)afhankelijkheid, verwachting, variantie, covariantie, continue kansverdelingen, wet van grote getallen, stochastische processen, Markow ketens.
In deze beide delen maken de schrijvers volledig waar, wat ze als doelstelling formuleerden. De teksten zijn buitengewoon helder geschreven en gemakkelijk leesbaar voor de niet-vakwiskundige. De boeken zijn, zoals we van deze uitgever gewend zijn, zeer goed verzorgd. Wanneer de overige delen worden zoals deze beide zijn dan ontstaat hier een bijzonder goede serie boeken, waarvan ik geloof dat ze stellig in een behoefte zullen voorzien. Mijn oordeel over deze beide is zeer positief.

W. Kleijne

Mededelingen

Werkgroep wiskunde in 3 HAVO van de Didaktiekcommissie van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Sinds 15 december 1981 bestaat er een werkgroep die onder auspiciën van de Didaktiekcommissie zich heel speciaal bezig houdt met de problematiek 'wiskunde in 3 HAVO'.
Het probleem waarvoor de werkgroep zich gesteld ziet, is het volgende:
Een aantal leerlingen in 3 HAVO besluit op een gegeven moment geen wiskunde in het pakket op te nemen. Vanaf dat moment zijn zij weinig gemotiveerd het hun aangeboden programma te verwerken. Dit laatste is niet zo verbazingwekkend, want het programma in 3 HAVO is voornamelijk gericht op het leggen van een basis voor het onderwijs in de klassen 4 en 5. De werkgroep stelt zich voor vanaf een bepaald moment in 3 HAVO die leerlingen, die al besloten hebben geen wiskunde in hun pakket op te nemen, een ander programma aan te bieden. Bij het samenstellen van dit programma hoeft geen rekening gehouden te worden met het wiskunde-onderwijs in de klassen 4 en 5.
Naar de mening van de werkgroep is een oplossing het geheel van maatregelen in het wiskunde-onderwijs in 3 HAVO, dus zowel het model van differentiatie als de bijbehorende leerlingenmaterialen.
De bedoeling is, dat de werkgroep een aantal 'oplossingen' biedt zodat iedere sectie kan kiezen wat haar het beste lijkt, gegeven haar schoolsituatie.
Naast het zoeken naar oplossingen beschouwt de werkgroep het ook als haar taak een inventaris te maken van wat er 'in het veld' aan oplossingen bedacht is. Daarom verzoeken wij al diegenen die op een of andere manier een antwoord bedacht hebben op het probleem 'wiskunde in 3 HAVO', dit te melden aan de werkgroep; zoudt u dan ook globaal willen aangeven hoe de oplossing eruit ziet. De werkgroep neemt dan weer contact met u op. U kunt uw reacties richten aan het secretariaat van de werkgroep Wiskunde in 3 HAVO t.a.v. G. Schoemaker p/a O.W. & O.C., Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht.

Ter overname aangeboden

De jaargangen 1957 t/m 1981 van Euclides (ten dele ingebonden) door
J. W. R. Fennema, Marterlaan 42, 1216 EX Hilversum, tel. 035-1 31 25.

Symposium wiskunde, computers en onderwijs

Op *woensdagmiddag 6 april* a.s. van 14.00-17.15 uur zal in het kader van het Nederlands Mathematisch Congres (op 6 en 7 april a.s. in de *aula van de TH Delft*) een speciaal voor leraren bestemd symposium getiteld wiskunde, computers en onderwijs georganiseerd worden.
Gedurende dit symposium zullen er demonstraties + toelichting gegeven worden over het (micro) computergebruik in het onderwijs en in diverse andere toepassingsgebieden. Bovendien zullen er voordrachten worden gehouden over de beleidsvoornemens en de doelstellingen van de overheid ten aanzien van het informatica-onderwijs en de werking, het gebruik van microcomputers en de trends op de markt van microcomputers + randapparatuur.
Als sprekers zullen o.a. optreden Drs. J. Geleedst van het ministerie van onderwijs en Prof. J. H. van den Hende hoogleraar TH Delft.
Voor verdere informatie en eventuele aanmelding kan men zich wenden tot de secretaris van de congrescommissie Ir. J. J. I. M. van Kan Onderafdeling der Wiskunde en Informatica, Julianalaan 132, 2628 BL Delft, tel.: 015-78 55 35.

INHOUD

ADRESSEN VAN AUTEURS

H. Broekman, Ped. Did. Inst. der R.U. Utrecht, Heidelberglaan 2, postbus 80-120, 3508 TC Utrecht

J. van de Craats, Math. Inst. der R.U. te Leiden, Wassenaarseweg 80, postbus 9512, 2300 RA Leiden

H. Freudenthal, F. Schubertstraat 44, 3533 GW Utrecht

Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld

S. P. van 't Riet, Vordensebeek 88, 8033 DG Zwolle

H. N. Schuring, Paradijsstraat 93, 2275 EM Voorburg